القسم : 3 ع تجريبية	اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة : 3ساعات ونصف سا

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04نقط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $U_0 = 11$ و $U_{n+1} = 2+\sqrt{U_n - 2}$

1- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $3 \le U_n \le 11$

2- أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $U_{n+1} - U_n = \left(\sqrt{U_n - 2}\right)\left(1-\sqrt{U_n - 2}\right)$

ب) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة وبرر تقاربها .

3- أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $0 \le U_{n+1} - 3 \le \frac{1}{2}(U_n - 3)$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le U_n - 3 \le 8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4- لتكن (V_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_n = \ln(U_n - 2)$

أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ و يطلب تعيين حدها الأول V_0 .

ب) أكتب عبارة الحد العام لـ : (V_n) ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

5- احسب المجموع S حيث : $S = V_{1440} + V_{1441} + ... + V_{2019}$

ثم استنتج الجداء : $P = (U_{1440} - 2)(U_{1441} - 2)...........(U_{2019} - 2)$

التمرين الثاني(04نقط)

يحتوي كيس على ثماني كرات لا يمكن التمييز بينهما باللمس و تحمل الأرقام التالية :0 ، 0 ،1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2 ، 4

نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كرات من الكيس :

1) نعتبر الحدثين :

A : من بين الكرات المسحوبة لا توجد أية كرة تحمل رقم 0.

B : جداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 8 .

أ) بين أن : $P(A) = \frac{5}{14}$ و أن $P(B) = \frac{1}{7}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة جداء الأرقام التي تحملها الكرات الثلاثة المسحوبة

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) احسب الأمل الرياضياتي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X.

التمرين الثالث : (05.5نقط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ نعتبر النقط B,A و C ذات اللواحق على الترتيب :

$z_A=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $z_C=2$

1- ا) اكتب العدد المركب $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

ج) عين Ω و r مركز ونصف قطر الدائرة (γ) المحيطة بالمثلث ABC .

2- أ) عين طبيعة وعناصر المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ بحيث : $z\bar{z}+2\left(z+\bar{z}\right)=0$

ب) تحقق أن النقطتان A و B تنتميان إلى المجموعة (Γ) .

3- ليكن R الدوران الذي مركزه النقطة A وزاويته $\dfrac{\pi}{3}$.

أ) عين صورة النقطة B بالدوران R .

ب) عين z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

ج) عين صورة النقطة Ω بالدوران R ثم استنتج مما سبق صورة المجموعة (Γ) بالدوران R .

د) عين طبيعة (Δ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $z=z_\Omega+ke^{i\frac{\pi}{4}}$ و k عدد حقيقي

ثم جد معادلة ديكارتية لـ(Δ).

التمرين الرابع (06.5نقط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x^2+1)e^{-x+1}$

و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، ثم بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

2) بين أنه لأجل كل $x\in D_f$ فان : $f'(x)=1+(x-1)^2e^{-x+1}$

3) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=x$ مقارب لـ $\left(C_f\right)$ بجوار $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة لـ (Δ).

5) بين المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,8<\alpha<1,9$

6) أكتب معادلة لـ (T) مماس $\left(C_f\right)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1.

7) بين أنه لأجل كل $x\in D_f$ فان : $f''(x)=-(x-1)(x-3)e^{-x+1}$

ثم استنتج أن : $\left(C_f\right)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

8) أحسب $f(0);f(3)$ ثم أرسم كلا من (Δ) و (T) و $\left(C_f\right)$

9) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود وعدد حلول المعادلة ذات المجهول x: $(x^2+1)e^{-(x+m)+1}=1$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول (04نقط)

I. f دالة معرفة على المجال $]2,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3+2}{x^2+1}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]2,+\infty[$

II. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\dfrac{5}{2}$ و $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل n من $\mathbb{N}$ فإن: $2<u_n<3$ ثم استنتج انه من اجل $n\in\mathbb{N}$: $u_n^2<\dfrac{9}{10}\left(u_n^2+1\right)$.

2) أثبت أن المتتالية (U_n) متناقصة تماما ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

3) تحقق انه من اجل $n\in\mathbb{N}$: $u_{n+1}-2=\dfrac{u_n^2}{u_n^2+1}(u_n-2)$.

4) اثبت انه من اجل $n\in\mathbb{N}$: $0<u_n-2\le\left(\dfrac{9}{10}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$.

التمرين الثاني :(05نقط)

يعرض متجر تخفيضات هامة أثناء بيع جزء من مدخراته للأحذية التي تشمل ثلاثة أنواع A ، B و C .

في المتجر يوجد ربع المدخرات من النوع A وخمسها من النوع B أما البقية من النوع C ، 24% من السلعة A و 75% من السلعة B و 20% من السلعة C كلها مخفضة الأثمان .

اشترى زبون من المتجر حذاء بطريقة عشوائية ، نعتبر الأحداث التالية :

S: الحذاء الذي اشتراه الزبون من السلعة المخفضة. A : الحذاء الذي اشتراه الزبون من السلعة A .

B: الحذاء الذي اشتراه الزبون من السلعة B . C: الحذاء الذي اشتراه الزبون من السلعة C .

1) أحسب الاحتمالات $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$.

2) قدم شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية ثم بين أن : $P(S)=\dfrac{8}{25}$.

3) استنتج احتمال أن يكون الحذاء من النوع B علما أنه من السلعة المخفضة .

4) نختار بطريقة عشوائية على التوالي مع إرجاع 3 أحذية .

أحسب احتمال الحدث D : الحصول على حذاء واحد فقط من السلعة المخفضة .

5) نختار بطريقة عشوائية على التوالي مع إرجاع n حذاء .

نعتبر E الحدث : الحصول على الأقل على حذاء واحد من بين n حذاء من السلعة المخفضة .

أ) بين أن : $P(E)=1-\left(\dfrac{17}{25}\right)^n$

ب) عين أصغر قيمة لـ n حتى يكون $P(E)\ge 0.999$

التمرين الثالث (05نقط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(z^2+3)(z^2-6z+21)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللواحق :

$z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\overline{z}_A$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z}_C$.

أ) بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي لنفس الدائرة ذات المركز النقطة Ω حيث : $z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها

ب) بين أن : $\left(\frac{z_D-1}{4}\right)^{1439}+\left(\frac{z_C-1}{4}\right)^{2018}=z_A$

3) لتكن النقطة E نظيرة D بالنسبة للمبدأ O .

أ) اكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث BEC

ب) بين وجود دوران r مركزه النقطة B ويحول E إلى C يطلب تعين زاويته .

4) S التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث :

$$z'=\left(1-i\sqrt{3}\right)z+3$$

أ) عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل S.

ب) (δ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $|iz-3i|=\left|-3+i\sqrt{3}\right|$ ،

عين المجموعة (δ) ثم أوجد صورة (δ) بالتحويل S

ج) عين المجموعة (φ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $Arg(\frac{z}{\bar{z}})=2\pi k$ مع $z\neq 0$ و k عدد صحيح نسبي .

التمرين الرابع(06نقط)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln x+\frac{x-2}{x}$.

1) احسب نهايات الدالة g عند 0 و $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1,4\prec\alpha\prec 1,5$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

II. f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+(x-2)\ln x$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة f عند 0 وعند $+\infty$ ثم فسر النهاية عند 0 هندسيا .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول التغيرات .

3) بين أن : $f(\alpha)=1-\frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$ ثم أعط قيمة مقربة لـ $f(\alpha)$ من اجل $\alpha\simeq 1,45$.

4) (T_{x_0}) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة M_0 ذات الفاصلة x_0 .

أ) اكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T_{x_0}) .

ب) عين x_0 إذا علمت أن المماس (T_{x_0}) يمر بالنقطة $A(2;0)$.

ت) استنتج أن (C_f) يقبل مماسين يمران بالنقطة A ثم أكتب معادلة كل منهما .

5) ارسم كلا من المماسين و المنحنى (C_f) .

III. نعتبر المستقيم (D_m) ذو المعادلة $y=mx-2m$ حيث m وسيط حقيقي .

1) تحقق أن (D_m) يمر بالنقطة A .

2) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx-2m$.