

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المدة 2 ساعات

المستوى: 3 تسيير اقتصاد

التمرين الأول : (4 نقاط)

اختر الجواب الصحيح :

الجواب الثالث	الجواب الثاني	الجواب الاول	
$[-2; 3[$	$[-2; 1[$	R	دالة الجزء الصحيح E مستمرة على
			دالة مستمرة على المجال $[0.2]$ ممثلة بالبيان
$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = a$	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$	المستقيم ذو المعادلة $y = 3$ مستقيم مقارب ل (g) إذا كان
$f(b) < 0$ و $f(a) < 0$	$f(a) \times f(b) < 0$	$f(x)$ و $f(b)$ من نفس الإشارة	f دالة مستمرة و مناقصة تماما على $[a, b]$ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حل وحيد في $[a, b]$ إذا كان

التمرين الثاني (08 نقاط) :

الجدول أدناه يمثل تطور رقم أعمال مؤسسة ما بالملايين الدينارات في المدة من السنة 2000 إلى سنة 2008.

السنة	2000	2001	2004	2008
الرتبة x_i	1	2	5	9
تطور رقم الأعمال y_i	10	20	35	55

- 1- عين إحداثيات النقطة المتوسطة E
- 2- مثل سحابة النقط (x_i, y_i) في M_i معلم.
- 3- بين أن معالم توجيهه مستقيم الانحدار (Δ) المحصل عليه بطريقة المربعات الدنيا هو 42,5 (مدور إلى 10^{-2}) ثم عين معادلة مختصرة للمستقيم (Δ)
- 4- باستعمال التعديل السابق أعطي تقاديرا لرقم الاعمال هذه المؤسسة في سنة 2012.
- 5- ابتداءا من أي سنة يتعدى رقم الاعمال هذه المؤسسة 100 مليون دينار

التمرين الثالث (08 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على N بـ :

$$\begin{cases} U_0=6 \\ 3U_{n+1} = 5U_n-1 \end{cases}$$

1- احسب U_3, U_2, U_1

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n : U_n \geq \frac{1}{2}$

3- استنتج أن (U_n) متزايدة تماما

4- نعتبر المتتالية (V_n) معرفة على N بـ : $V_n = U_n - \frac{1}{2}$

أ / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $V_{n+1} = \frac{5}{3} V_n$ ثم استنتج أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول .

أكتب V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n .

ب / نضع $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_n$.

$$\text{بين أن } S_n = \frac{-33}{4} \left[1 - \left(\frac{5}{3}\right)^{n+1} \right]$$

ج/ استنتج بدلالة n المجموع $S'_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

5- أكتب بدلالة n الجداء $V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$

بالتوفيق

علامة		العلامة	
0.5	<p>كتابة U_n بدلالة n ومنه $U_n = V_n + \frac{1}{2}$</p> <p>$U_n = \frac{11}{2} \left(\frac{5}{3}\right)^n + \frac{1}{2}$</p>	1	<p>نبرهن أن $U_{n+1} \geq \frac{1}{2}$ صحيحة أي $p(n+1)$</p> <p>لدينا $U_n \geq \frac{1}{2}$ ومنه $U_n \geq \frac{5}{6}$ و $\frac{5}{6} U_n \geq \frac{5}{6}$ ومنه $\frac{5}{3} U_n - \frac{1}{3} \geq \frac{5}{6} - \frac{1}{3}$</p> <p>ومنه $U_{n+1} \geq \frac{1}{2}$</p> <p>إذن $p(n+1)$ صحيحة</p> <p>خلاصة</p> <p>من أجل كل عدد طبيعي $n: U_{n+1} \geq \frac{1}{2}$</p> <p>3- استنتاج أن U_n متزايدة تماما :</p>
0.5	<p>ب / تبيان أن $S_n = -\frac{33}{4} [1 - (\frac{5}{3})^{n+1}]$</p> <p>$S_n = V_0 \frac{1-q}{1-q} \cdot \frac{11}{2} = \frac{11}{2} [1 - (\frac{5}{3})^{n+1}]$</p> <p>$S_n = \frac{[1 - (\frac{5}{3})^{n+1}]}{1 - \frac{5}{3}}$</p> <p>$S_n = \frac{[1 - (\frac{5}{3})^{n+1}]}{-\frac{2}{3}}$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>$S_n = -\frac{33}{4} [1 - (\frac{5}{3})^{n+1}]$</p> </div>	0.25	<p>$U_{n+1} - U_n = \frac{5}{3} U_n - \frac{1}{3} - U_n = \frac{2}{3} U_n - \frac{1}{3}$</p> <p>$= \frac{2}{3} U_n - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} U_n - \frac{1}{2}$</p> <p>لدينا $U_n \geq \frac{1}{2}$ ومنه $U_{n+1} \geq 0$</p>
	<p>ج / استنتاج المجموع \hat{S}_n</p> <p>$\hat{S}_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$</p> <p>$U_n = V_n + \frac{1}{2}$</p> <p>$\hat{S}_n = (V_0 + \frac{1}{2}) + (V_0 + \frac{1}{2}) + \dots + (V_0 + \frac{1}{2})$</p> <p>$\hat{S}_n = S_n + \frac{1}{2} (n+1)$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>$\hat{S}_n = -\frac{33}{4} [1 - (\frac{5}{3})^{n+1}] + \frac{1}{2} (n+1)$</p> </div>	0.75	<p>ادن $\frac{1}{2} > 0$ و $U_{n+1} - U_n \geq 0$ ومنه U_n متزايدة تماما على N</p> <p>4- أ / تبيان أن $V_{n+1} = \frac{5}{3} V_n$</p> <p>$V_{n+1} = U_{n+1} - \frac{1}{2} = \frac{5}{3} U_n - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$</p> <p>$V_{n+1} = \frac{5}{3} U_n - \frac{5}{6} = \frac{5}{3} (U_n - \frac{1}{2})$</p> <p>$\frac{5}{3} V_n = V_{n+1}$</p>
0.5		1	<p>$V_{n+1} = q \times V_n$ من الشكل $V_{n+1} = \frac{5}{3} V_n$</p> <p>ادن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{5}{3}$ و حدها الأول $V_0 = 40 - \frac{1}{2}$</p> <p>$V_0 = 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$</p>
0.25	<p>5- كتابة الجداء بدلالة n</p> <p>$V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n = V_0 (V_0 q) (V_0 q^2) \dots \times (V_0 q^n)$</p> <p>$= (V_0 \times V_0 \times \dots \times V_0) \times (q \times q^2 \times \dots \times q^n)$</p> <p>$= V_0^{n+1} \times q^{\frac{n(n+1)}{2}}$</p>	0.25	
0.5	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <p>$V_0 \times V_1 \times \dots \times V_n = \left(\frac{11}{2}\right)^n \left(\frac{5}{3}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$</p> </div>	0.5	<p>كتابة V_n بدلالة n</p> <p>$V_n = \frac{11}{2} \left(\frac{5}{3}\right)^n + \frac{1}{2}$ ومنه $V_n = V_0 \times q^n$</p>