الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية وهران — ثانوية العقيد احمد بن عبد الرزاق

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة مـــاي 2019

المستوى : سنة ثـــالثة — الشعـــبة : علوم تجريبية

اختبار فـي مادة : الرياضيات — المـــدة :03ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{u_n^2+1}{2}} \end{cases}$

1/ أ- احسب الحدود u_3, u_2, u_1 ثم برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم استنتج نهايتها .

2/ نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n^2 - 1$

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 .

بـ- اكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3/ احسب بدلالة n كلا من المجاميع التالية : $S_n = u_0^2 + u_1^2 + ... + u_n^2$ ، $T_n = v_0 + 2v_1 + ... + 2^n v_n$

و $L_n = \ln v_0 + \ln v_1 + ... + \ln v_n$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية : $(z-2)(z^2+2z+4)=0$

II. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط :

A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب $z_A = -1+i\sqrt{3}$, $z_B = -1-i\sqrt{3}$, $z_C = 2$

1) بيّن أن $\dfrac{z_B - z_C}{z_A - z_C} = e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، ثم عين طبيعة المثلث ABC .

2) عيّن مركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC . ارسم (C).

3) عيّن الطبيعة و العناصر الهندسية للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة التي تحقق :

$2(z+\bar{z}) + z.\bar{z} = 0$. ثم تحقق أن النقطتين A و B تنتميان إلى (Γ) .

4) أكتب العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{3}$, ثم عين صورة النقطة B بالدوران R .

ثم z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

- عيّن صورة المجموعة (Γ) بالدوران R.

اقلب الورقة

التمرين الثالث : (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم المتعامد و المتجانس $(0;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(0;0;1)$, $B(2;2;-1)$, $C(-2;-7;-7)$ و $D(-3;4;4)$ والمستوي (P) المعرف بالتمثيل الوسيطي :

$$\begin{cases} x = 3\alpha+\beta+1 \\ y = -2\alpha+1 \\ z = \alpha+\beta+4 \end{cases}$$, α و β وسيطان حقيقيان

1. أ- بين أن النقط A , B , C تعين مستويا

ب- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(3;-2;1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

2. أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) ثم بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان.

ب- بين أن تقاطع (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي $\begin{cases} x = t-2 \\ y = 4t-7 \ : \ t\in\mathbb{R} \\ z = 5t-7 \end{cases}$

ج- أحسب المسافة بين النقطة D و المستوي (ABC) والمسافة بين النقطة D و المستوي (P)

ثم إستنتج المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ)

3. (q) المستوي الذي يشمل النقطة D والعمودي على كل من المستويين (P) و (ABC)

أ- أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (q)

ب- بين أن المستويات الثلاثة (P) و (ABC) و (q) تتقاطع في نقطة واحدة H ثم عين إحداثيات H

ج- أحسب بطريقة ثانية المسافة بين النقطة D و المستقيم (Δ)

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x+1+\ln(x+1)-\ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1. أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$.
2. بيّن أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$ ، ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.
3. بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x+1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.
4. أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .
5. أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$.
6. بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.
7. أرسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ) .
8. ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$.
9. أ- بيّن أن الدالة $F_a : x \to (x+a)\ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x \to \ln(x+a)$ على المجال $]-a;+\infty[$.

ب- أحسب بالسنتمتر مربع مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات $y = x+1$ ، $x = 0$ ، $x = 1$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(05 نقاط)

1. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير $p(z)$ ذات المتغير Z حيث : $p(z)=z^3-6z^2+4z+40$.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث : $p(z)=(z+2)(z^2+az+b)$.

بـ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $p(z)=0$.

2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

نعتبر النقط A , B و C ذات اللواحق : $Z_A=-2$, $Z_B=4+2i$, $Z_C=5-i$.

أ- أكتب العدد المركب $L=\dfrac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الجبري ،و على الشكل الأسي . ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

بـ- أحسب قيمة العدد : $\left(\dfrac{L}{2}\right)^{2019}-i\left(\dfrac{L}{2}\right)^{1440}$.

جـ- أوجد قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدد حقيقي موجب تماما .

3. ليكن f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث :

$$Z'=-2i\,Z+10i$$

أ- عيّن طبيعة التحويل f محددا عناصره المميزة .

بـ- أكتب العبارة المركبة للدوران الذي مركزه B و زاويته $\theta=-\dfrac{\pi}{2}$.

جـ- أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r .

4. بيّن أن النقط : A , B و D على استقامية ، ثم استنتج أن التحويل f مركب من تحويلين يطلب تعيينهما .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{2x+2}{x+3}$.

1. ادرس تغيرات الدالة f ، ثم بين أنه من أجل كل x من المجال $[0;1]$ فإن $f(x)\in[0;1]$.

2. نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}=f(U_n)$.

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس ، مثلنا الدالة f بالمنحني (C) و المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$

كما هو في الشكل (في الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة).

أ. مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، دون حسابها مع إظهار خطوط التمثيل.

ب. ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها؟

3. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $0\le U_n\le 1$.

ب. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $U_{n+1}-U_n=\dfrac{(U_n+2)(1-U_n)}{U_n+3}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

جـ. استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة . احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

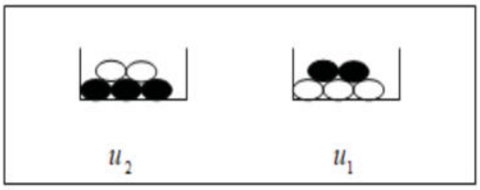
4. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\dfrac{U_n-1}{U_n+2}$.

أ. بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام V_n ، واستنتج عبارة U_n بدلالة n . ثم احسب مرة أخرى $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

اقلب الورقة

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)



إناءان u_1 و u_2 حيث u_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سوداوان و u_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء .
نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهما
(علما أن الكرات متجانسة في اللمس) فنحصل بذلك على أربع كرات .

1. نهتم بعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_1 و عدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_2
   - بين أن احتمال سحب كرتين بيضاوين من الإناء u_1 هو $p_2 = 0,3$ و من الإناء u_2 هو $p'_2 = 0,1$.
   - شكل الشجرة المثقلة المناسبة .
   - برهن أن احتمال الحادثة E " ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان " هو: $0,46$.
2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليها.
   أ- حدد قانون الاحتمال لـ X .
   ب- اللاعب يدفع $2,50DA$ قبل إجراء السحب . و يكسب $1DA$ لكل كرة بيضاء مسحوبة . هل اللعبة مربحة له؟
3. احسب احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء u_2 علما أنه حصل على كرتين بيضاوين .

التمرين الرابع : (06.5 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x) = 0$.

2- نضع $a = 1$ ، $b = 0$ ، $c = -3$
أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم (T) و (C_f) .

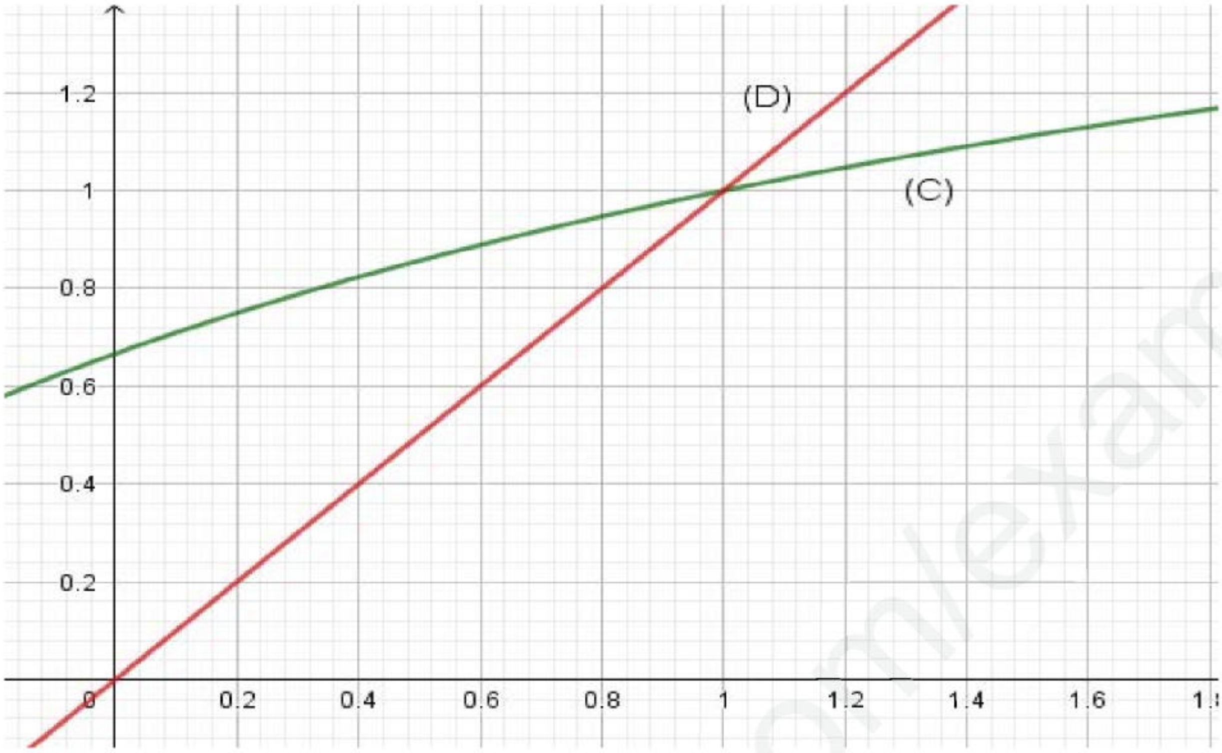
5- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فإن $f(x) + 2f'(x) + f''(x) = 2e^{-x}$ ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

6- أحسب بوحدة المساحات ، مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 3$

7- m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2 - 3 + me^x = 0$.

انتهى الموضوع الثاني

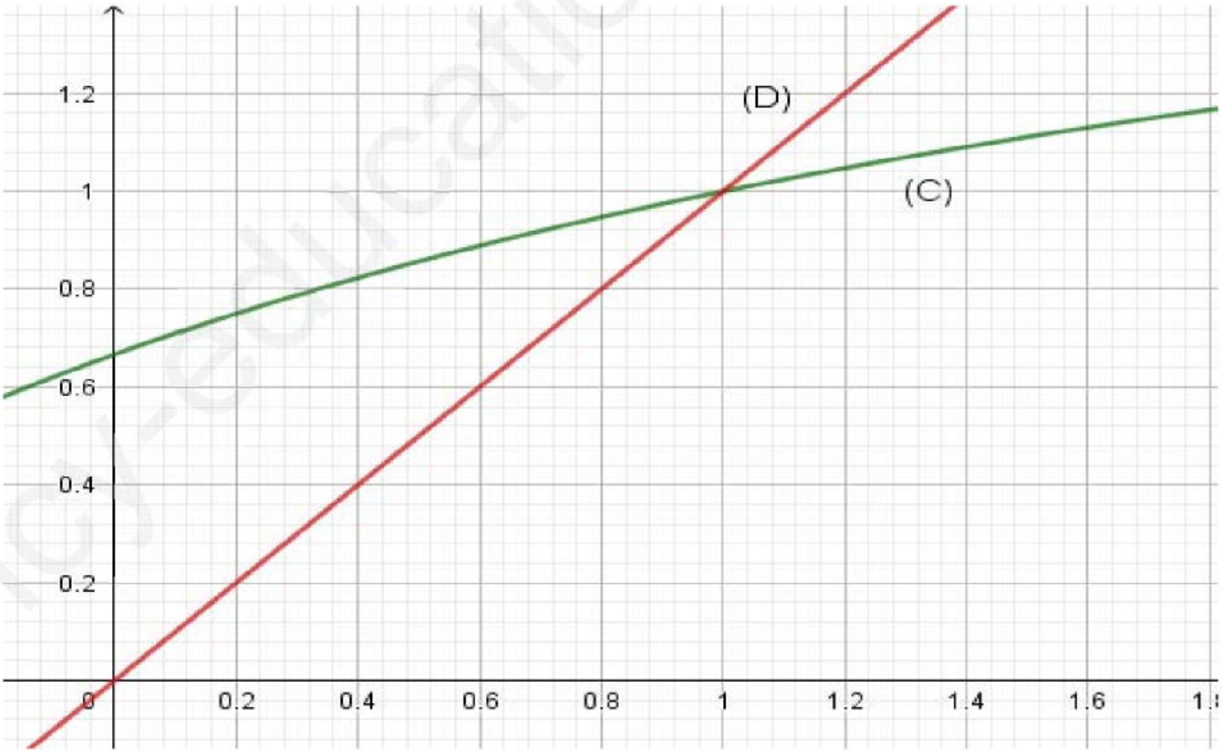
☺اساتذة المادة يتمنون لكم النجاح في شهادة البكالوريا☺



الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة

الإسم: ....

اللقب:...............................



الورقة المرفقة (1) تعاد مع ورقة الإجابة

الإسم: ....

اللقب:...............................