الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية وهران | ثانوية العقيد احمد بن عبد الرزاق

امتحان البكالوريا التجريبي | دورة مـــــــــــاي 2019

المستوى : سنة ثـــــالثة | الشعـــــبة : ريـــــاضيات

اختبار فـــي مادة : الرياضيات | المــــــــدة :04ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04.5 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E_\theta): z^2+4zcos\theta+4=0$ حيث. $\theta\in]0,\pi[$

1) أثبت أنه إذا كان α حل للمعادلة (E_θ) فإن $\overline{\alpha}$ هو كذلك حلا لها .

2) نضع : $z_1=-2cos\theta+2i\ sin\theta$ و $z_2=-2cos\theta-2i\ sin\theta$.

أ- تحقق أن z_1 و z_2 هما حلين للمعادلة (E_θ) .

ب- أكتب z_1 , z_2 و $\frac{z_1}{z_2}$ على الشكل الأسي .

جـ- استنتج قيمة θ التي من أجلها يكون OM_1M_2 مثلثا قائما في O حيث M_1 و M_2 نقطتان من المستوي لواحقهما z_1 و z_2 على الترتيب

3) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z لما θ تمسح المجال $]-\pi;\pi]$ و k يمسح المجال $[0;2]$ حيث : $z=ke^{i\theta}+3$.

4) نعتبر $\theta\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$ والنقط A, B, C لواحقها على الترتيب z_1 , z_2 و 2

أ- تحقق أن $\frac{z_2-2}{z_1-2}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC .

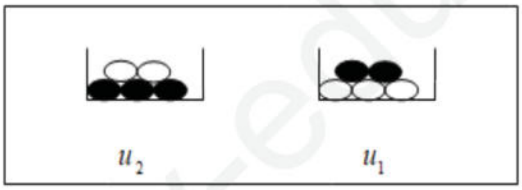
بـ- عين مركز و نصف قطر الدائرة (Φ) المحيطة بالمثلث ABC .

5) نعتبر التحويل النقطي S في المستوي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=iz+3$.

أ- عين طبيعة التحويل S وعناصره المميزة .

بـ- عين (Φ') صورة الدائرة (Φ) بالتحويل S ماذا تستنتج؟ .

التمرين الثاني : (04 نقاط)



إناءان u_1 و u_2 حيث u_1 يحتوي على ثلاث كرات بيضاء و كرتان سوداوان و u_2 يحتوي على كرتان بيضاوان و ثلاث كرات سوداء .

نسحب كرتان دفعة واحدة من كل منهما

(علما أن الكرات متجانسة في اللمس) فنحصل بذلك على أربع كرات .

1. نهتم بعدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_1 و عدد الكرات البيضاء المسحوبة من الإناء u_2

- بين أن احتمال سحب كرتين بيضاوين من الإناء u_1 هو $p_2=0,3$ و من الإناء u_2 هو $p_2'=0,1$.
- شكل الشجرة المثقلة المناسبة .
- برهن أن احتمال الحادثة E " ضمن الكرات المسحوبة يوجد بالضبط كرتان بيضاوان " هو: $0,46$.

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات البيضاء المحصل عليها.

أ- حدد قانون الاحتمال لـ X .

بـ اللاعب يدفع $2,50DA$ قبل إجراء السحب . و يكسب $1DA$ لكل كرة بيضاء مسحوبة . هل اللعبة مربحة له؟

3. احسب احتمال الحصول على كرة بيضاء فقط من الإناء u_2 علما أنه حصل على كرتين بيضاوين .

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة بـ: $U_0 = 0$ ، $U_1 = 1$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2} = 5U_{n+1} - 4U_n$.

1. احسب U_2 و U_3 .
2. برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n أن: $U_{n+1} = 4U_n + 1$
   - تحقق أن: U_n عدد طبيعي، ثم استنتج أن: U_n و U_{n+1} أوليان بينهما.
3. (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = U_n + \frac{1}{3}$.
   - بين أن المتتالية (V_n) هندسية، عين أساسها وحدها الأول، ثم اكتب V_n و U_n بدلالة n .
4. أ) احسب $PGCD\left((4^6-1),(4^5-1)\right)$ ،

   ب) عين من أجل كل عدد طبيعي n : $PGCD\left((4^{n+1}-1),(4^n-1)\right)$
5. أ) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 4^n على 7.

   ب) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = V_0 + V_1 + ... + V_{3n}$.

   جـ) عين قيم العدد الطبيعي n حيث العدد $9S_n + 4^n$ يقبل القسمة على 7.

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الفرع الأول :

1| نعتبر الدالة g_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g_n(x) = n(x+1) + e^x$ حيث n عدد طبيعي غير معدوم

أ- أدرس تغيرات الدالة g_n وأكتب جدول تغيراتها .

بـ برهن أن المعادلة $g_n(x) = 0$ تقبل على $\mathbb{R}$ حلا وحيدا α_n ثم تحقق أن $-2 \prec \alpha_n \prec -1$

ج- استنتج حسب قيم x إشارة $g_n(x)$

2| نعتبر الدالة f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث : $f_n(x) = \dfrac{x\,e^x}{n+e^x}$ ونسمي (C_n) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

أ- أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f_n(x) - x\right]$ وفسر النتائج بيانيا

بـ برهن انه من أجل كل عدد حقيقي $f_n'(x) = \dfrac{e^x . g_n(n)}{(n+e^x)^2}$

ج- بين أن : $f_n(\alpha_n) = 1 + \alpha_n$ ثم أكتب جدول تغيرات الدالة f_n

3| أ- أدرس وضعية المنحني (C_n) بالنسبة للمستقيم (D) الذي معادلته : $y = x$

بـ أدرس وضعية المنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) ثم أنشئ المنحنيين (C_1) و (C_2)

الفرع الثاني :

نعتبر التكاملين : $I = \int_{-1}^{0} x\,e^x dx$ و $U_n = \int_{-1}^{0} f_n(x)dx$

1| أحسب : I ثم برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1,0]$: $\dfrac{x\,e^x}{n} \le \dfrac{x\,e^x}{n+e^x} \le \dfrac{x\,e^x}{n+1}$

2| بين أن المتتالية (U_n) متقاربة و حدد نهايتها

3| نضع : $V_n = U_1 + U_2 + \cdots\cdots\cdots + U_n$

أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $\int_{k+1}^{k+2} \frac{1}{t}dt \le \frac{1}{k+1}$

بـ استنتج ان $\frac{1}{1+1} + \frac{1}{2+1} + \frac{1}{3+1} + \cdots\cdots\cdots + \frac{1}{n+1} \ge Ln(n+2) - Ln2$

ج- برهن إذن أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -\infty$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(04 نقاط)

I. نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة التالية : $2019x-1440y=3177.........(E)$

1) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$ ، ثم استنتج أن المعادلة (E) تكافيء المعادلة : $673x-480y=1059$

2) أ- جد حلا خاصا $(x_0;y_0)$ للمعادلة (E) حيث : $x_0^2+480y_0=969$ مع $x_0\geq 0$.

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) .

3) عين قيم العدد الصحيح λ التي تحقق الجملة (S) حيث $(S)....\begin{cases}\lambda\equiv -59[673]\\ \lambda\equiv 1000[480]\end{cases}$.

II. 1. أ- ادرس تبعا لقيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة 3^n و 5^n على 7 .

ب- استنتج باقي القسمة للعدد : $2019^{2018}-1440^{1439}+2020^{2019}$ على 7 .

جـ- عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق : $3\times 2019^n-2\times 1440^n+2020^{2019}\equiv 0[7]$

2. N عدد طبيعي يكتب في النظام ذي الأساس 5 كما يلي : $N=\overline{\underbrace{1...1}_{2018\ fois}10}$

- بين أن العدد الطبيعي $N-5$ مضاعف للعدد 7.

التمرين الثاني : (04.5 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z)=z^3-7z^2+25z-39$

1) أ- عين العددين الحقيقيين α و β حيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z-3)(z^2+\alpha z+\beta)$

ب- جد في $\mathbb{C}$ مجموعة حلول المعادلة: $P(z)=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللوحق : $z_A=i$ ، $z_B=3$ ، $z_C=2-3i$ و $z_D=-1-2i$

- احسب العدد $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ ثم استنتج نوع المثلث ABC

3) ليكن التحويل النقطي S الذي يحول النقطة $M(z)$ إلى النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1-i)z+b$

أ- عين العدد المركب b حتى تكون النقطة A مركز التحويل النقطي S

ب- ما طبيعة التحويل S ؟ مبينا عناصره المميزة.

ج- استنتج طبيعة التحويل $S\circ S$ مع ذكر عناصره المميزة.

4) ليكن $z_0=1+i$ لاحقة النقطة A_0 و z_n لاحقة A_n و من أجل كل عدد طبيعي n : $A_{n+1}=S(A_n)$

5) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $z_n=(1-i)^n+i$

ب- نعرف المتتالية (u_n) على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=|z_{n+1}-z_n|$ - جد عبارة الحد العام u_n بدلالة n ثم استنتج أنها هندسية أساسها $\sqrt{2}$ ، ثم أحسب الطول: $L=A_0A_1+A_1A_2+...+A_{19}A_{20}$

التمرين الثالث : (04.5 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(3,2,1)$ و $B(4,3,2)$ و $C(3,1,-1)$ و $E(-1,3,1)$

و نعتبر المستقيم (Δ) الموجه بالشعاع $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ و يشمل النقطة E

1) بين أن المستقيمين (Δ) و (AB) غير متوازيين

2) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) و استنتج ان النقط A,B,C ليست في إستقامية

3) أ- برهن ان المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC) هي : $x-2y+z=0$

ب- استنتج ان المستقيم (Δ) غير محتوى في المستوي (ABC)

جـ- نعتبر النقطة $M_t\left(\frac{1}{2}, \sin t\times\cos t, 0\right)$ حيث $(t\in\mathbb{R})$ جد قيم العدد الحقيقي t بحيث يكون $M_t\in(ABC)$

4) أ- أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) و استنتج إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع (Δ) و (ABC)

بـ- استنتج أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوي

5) نعتبر (P_m) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق : $(m-1)x+(2m-6)y+(3-m)z+m-2=0$

أ- برهن أنه لأجل كل عدد حقيقي m المجموعة (P_m) هي مستوي ، ثم برهن أن المستوي (ABC) ينتمي إلى المستويات (P_m)

بـ- برهن أن المستويات (P_m) تشمل مستقيما ثابتا (D) يطلب تعيين نقطة منه و شعاع توجيهه

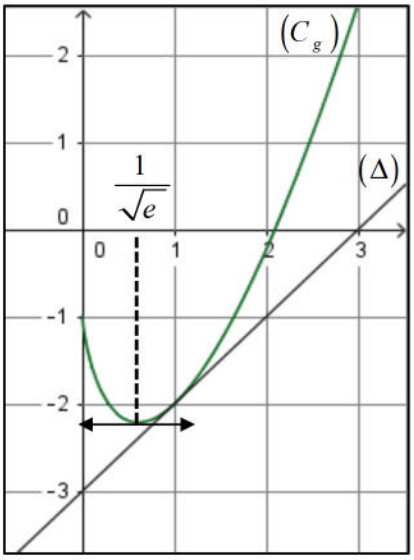
التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x\ln x-x-1$.

المنحنى (C_g) المقابل هو التمثيل البياني للدالة g في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

المنحنى (C_g) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$

و (Δ) هو المماس لـ (C_g) في النقطة التي فاصلتها $x=1$.



❶ **بقراءة بيانية:** أ/ حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$; $g(1)$; $g'(1)$ ثم عين معادلة للمماس (Δ).

ب/ شكل جدول تغيرات الدالة g.

❷ أ/ علل وجود عدد حقيقي α حيث $2\prec\alpha\prec 2{,}1$ و يحقق $g(\alpha)=0$.

ب/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\begin{cases}x^2(\ln x-1)-x & x\succ 0\\ 0 & x=0\end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❶ أ/ بين أن الدالة f مستمرة عند الصفر من اليمين.

ب/ بين أن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)}{x}=-1$ ، ماذا يمكن أن تستنتج؟

ج/ أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين.

❷ أ/ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. ب/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\succ 0$ ، $f'(x)=g(x)$.

ج/ شكل جدول تغيرات الدالة f.

❸ بين أن: $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+\alpha}{2}\right)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

❹ ليكن (D) المماس الذي معادلته $y=-x$.

أ/ ادرس الوضعية النسبية بين (C_f) و (D). ب/ انشئ (D) و (C_f). نأخذ $f(3{,}55)\approx 0$.

❺ F دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=\frac{x^3}{9}(3\ln x-4)$.

أ/ احسب $F'(x)$ ، ثم استنتج دالة أصلية للدالة $h: x\mapsto f(x)+x$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب/ A هي مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

➤ بين أن: $A=\frac{e^3-4}{9}\ u.a$ بعد تمثيلها على الرسم. (يرمز $u.a$ إلى وحدة المساحة).

انتهى الموضوع الثاني

☺استاذ المادة يتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا☺