المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية	ديسمبر **2019**
الاختبار الأول في الرياضيات	المدة: **2،5**سا

التمرين الأول

(U_n)متتالية معرفة كما يلي $U_0 = e$ ومن لأجل كل.$n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} - \sqrt{U_n} = 0$

نضع من أجل كل .$n \in \mathbb{N}$; $V_n = \ln(U_n)$

1. بين أن من أجل كل .$n \in \mathbb{N}$; $U_n > 1$
2. أدرس رتابة المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.
3. بين أن (V_n)متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول.
4. أحسب V_n بدلالة n ثم استنتجU_n بدلالة n.
5. أحسب $S_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_{n-1}$ و $P_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_{n-1}$

التمرين الثاني:

I. g الدالة المعرفة بـ$g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1. أدرس إتجاه تغير الدالةg
2. أ. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيداα

منه $1.3 < \alpha < 1.4$

ب. شكل جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج إشارة$g(x)$

II. نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x)$

1. أ. أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا

أحسب نهايةf عند$+\infty$

ب. أدرس اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

2. أ. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة$y = x$هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ الممثل للدالة f

ب. حدد وضعية$\left(C_f\right)$ بالنسبة إلى(Δ)

3. بين أن $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$استنتج حصرا$f(\alpha)$
4. بين أنه توجد نقطة من البيان $\left(C_f\right)$ يكون المماس فيها(T) موازيا لـ (Δ)ثم أكتب معادلة(T)
5. أ. أرسم(T) (Δ);ثم $\left(C_f\right)$

ب. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقيm

عدد حلول المعادلة$\left(C_{f}\right) = x + m$

III. hالدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ $h(x) = -x - \frac{1}{x} + x\, h\, x$

1. بين أن من أجل كل $x \in]0;+\infty[$ $h'(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$
2. باستعمال السؤال 2-ب (الجزء I) حدد إشارة $g\left(\frac{1}{x}\right)$

استنتج اتجاه تغير h ثم شكل جدول تغيراتها

انتهـــــــــى

التصحيح النموذجي

<table>
<tr><th>رقم التمرين</th><th>الحل</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><td rowspan="6">التمرين 1</td><td>من أجل كل n طبيعي $U_n > 1$ (البرهان بالتراجع)</td><td>1</td><td rowspan="9">10</td></tr>
<tr><td>$$U_{n+1} - U_n = \sqrt{U_n} - U_n$$
$$= \frac{(\sqrt{U_n} - U_n)(\sqrt{U_n} + U_n)}{(\sqrt{U_n} + U_n)} = \frac{U_n - U_n^2}{(\sqrt{U_n} + U_n)} = \frac{U_n(1 - U_n)}{(\sqrt{U_n} + U_n)} < 0$$
ومنه (U_n) متناقصة لأن $U_n > 1$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>(U_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي متقاربة</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$$V_{n+1} = \ln(U_{n+1}) = \ln\sqrt{U_n} = \frac{1}{2}\ln U_n = \frac{1}{2}V_n$$
(V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول $V_0 = 1$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$$U_n = e^{V_n} = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n} V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} = 2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$$
$$P_n = e^{V_0} \times e^{V_1} \ldots\ldots e^{V_{n-1}}$$
$$= e^{V_0 + V_1 \ldots\ldots V_{n-1}}$$
$$e^{S_n}$$</td><td>1</td></tr>
<tr><td rowspan="3">التمرين 2</td><td>$$g'(x) = 2x + \frac{1}{x} > 0$$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>$g(x) = 0$ تقبل حل وحيد (مبرهنة القيم المتوسطة)</td><td>2</td></tr>
<tr><td>جدول التغيرات
<table><tr><td>x</td><td>0   α   +∞</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>0</td></tr></table></td><td>1
1</td></tr>
</table>

جدول الإشارة

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	

1

II. 1) أ) $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$; 1

$x=0$ مستقيم مقارب.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

ب) الدالة المشتقة

$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

1

x	0		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

1

2) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) - x = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} = 0$

$y=x$مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$

$$f(x) - x = \frac{1 - \ln x}{x}$$

2

الوضعية النسبية

x	0		E		$+\infty$
$f(x)-x$		+	0	-	
الوضعية النسبية		(C_f) فوق(Δ)	(C_f) يقطع (Δ) في $(e;e)$	(C_f) تحت(Δ)	

1

3) $f(\alpha) = 2\alpha - \frac{1}{\alpha}$ ... 0.5

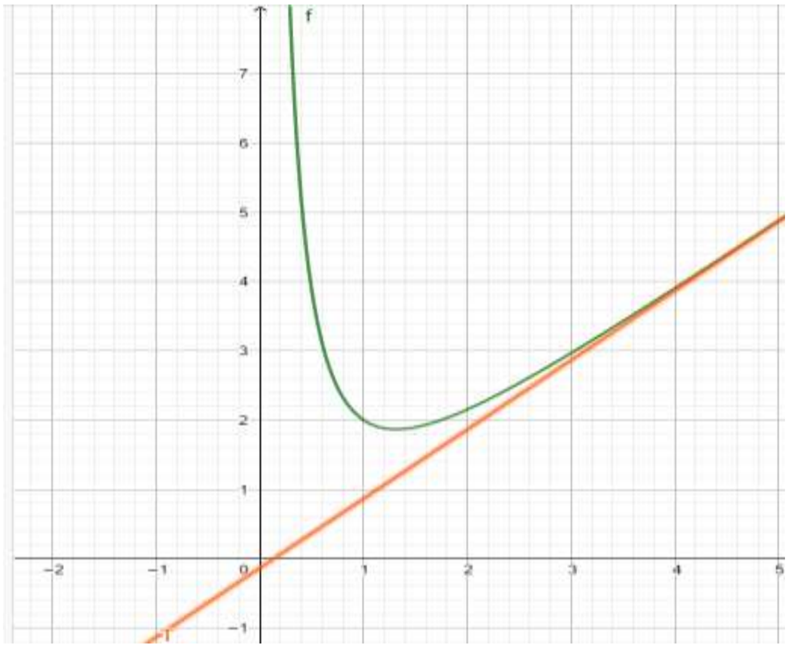
الحصر $1.83 < f(\alpha) < 2.09$ 0.5

10

4) $f'(x) = 1$ يكافئ $x = e^2$

معادلة المماس $y = x - \frac{1}{e^2}$ 0.5

6. أ. رسم (T) (Δ); ثم $\left(C_f\right)$ 0.5



المناقشة البيانية.......... 0.5

$m < -\frac{1}{e^2}$ لا توجد حلول

$m = -\frac{1}{e^2}$ حل مضاعف

$-\frac{1}{e^2} < m < 0$ حلين

$m > 0$ حل وحيد

$$h'(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$$

$g\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ يكافئ $\frac{1}{x} = \alpha$ و منه $x = \frac{1}{\alpha}$ 0.5

$g\left(\frac{1}{x}\right) > 0$ يكافئ $\frac{1}{x} > \alpha$ و منه $0 < x < \frac{1}{\alpha}$

x	0		$\frac{1}{\alpha}$		$+\infty$
$h'(x)$		$\nearrow$	$h\left(\frac{1}{\alpha}\right)$	$\searrow$	

0.5 ....