

**التمرين الأول: (4 نقاط)**

$(u_n)$  متتالية معرفة على  $N$  بـ  $u_0 = 1$  و من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $u_{n+1} = \frac{4}{4-u_n}$

- 1) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $N$  :  $u_n < 2$
- ب - ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.
- ج - إذا كانت  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n = l$  حيث  $(l \in R)$  فبين أن العدد  $l$  يحقق  $(l-2)^2 = 0$  ثم اوجد قيمة  $l$ .

2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $N$  بـ:  $v_n(u_n - 2) = 1$

أ - بين أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية أساسها  $\frac{-1}{2}$  و يطلب حساب حدها الأول  $v_0$ .

ب - اوجد بدلالة  $n$  عبارة كل من  $v_n$  و  $u_n$ .

3) اوجد بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = \frac{1}{e^{2v_0}} + \frac{1}{e^{2v_1}} + \dots + \frac{1}{e^{2v_n}}$

**التمرين الثاني: (4 نقاط)**

اراد الأستاذ الرئيسي لقسم 3 علوم تجريبية اختيار لجنة مسؤولة عن هذا القسم تظم ثلاث تلاميذ. القسم يتكون من 24 تلميذ منهم 8 داخليين و 10 خارجيين و 6 نصف داخليين.

- 1) ما هو احتمال أن تظم اللجنة الداخليين فقط؟
- 2) ما هو احتمال أن تظم اللجنة تلميذا داخليا على الأكثر؟
- 3) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيار عدد التلاميذ الداخليين.
  - أ - ما هي قيم المتغير العشوائي  $X$  ؟
  - ب - عرف قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  ثم أحسب أمله الرياضياتي  $E(X)$ .
- 4) في الفصل الثاني انضم تلميذ جديد إلى القسم و تم تسجيله في النظام الداخلي.
  - احسب  $P(X = 2)$  مع  $X$  هو نفس المتغير العشوائي السابق.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى  $M$  من  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  النقطتين  $A$  و  $B$  حيث:  $z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}$  و  $z_B = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

(1) أ - اكتب العدد المركب  $z_B$  على الشكل الأسّي.

ب - صورة  $C$  بالدوران  $B$  بالدوران  $r$  الذي مركزه المبدأ وزاويته  $\theta = \frac{2\pi}{3}$ . بين أن:  $z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$

(2) أ - اكتب العدد  $1 - z_A$  على الشكل الأسّي ثم بين أن:  $\frac{2z_C}{1 - z_A} = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$

ب - عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $\left(\frac{2z_C}{1 - z_A}\right)^n$  تخيليا صرفا.

(3) أ - عين  $z_E$  لاحقة النقطة  $E$  صورة النقطة  $D$  بالتحاكي  $h$  الذي مركزه  $A$  و نسبته 2 حيث  $z_D = \overline{z_C}$

ب - عين المجموعة  $(E)$  للنقط  $M(Z)$  التي تحقق:  $|z - z_A| = |\overline{z} - \overline{z_E}|$

التمرين الرابع: (8 نقاط)

(I)  $g(x) = e^x + 2 - x$  دالة معرفة على  $R$  ب:

(1) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها. (دون حساب النهايات)

(2) استنتج أنه من أجل  $x$  من  $R$ :  $g(x) > 0$

(II) لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $R$  ب:  $f(x) = x + (x - 1)e^{-x}$

(1) أ - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $R$ :  $f'(x) = e^{-x} g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل في  $R$  حلا وحيدا  $\alpha$  ثم تحقق أن:  $0 < \alpha < 0,5$ .

(3) بين أن النقطة ذات الفاصلة 3 هي نقطة انعطاف للمنحنى  $(C_f)$ .

(4) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ .

(5) أ - ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$ .

ب - احسب  $f(0)$  ثم انشئ  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$ .

(6)  $h(x) = \ln x - \frac{1 - \ln x}{x}$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  ب:

أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $R$ :  $h(x) = f(\ln x)$

ب - حل في  $]0; +\infty[$  المعادلة  $h(x) = 0$  ثم فسر النتيجة بيانيا.

بالتوفيق