الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الشلف ــ ثانوية الجيلالي بونعامة — ماي 2019

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — الموضوع الأول — المدة: 03 ساعات

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) أ) اكتب على الشكل الأسي العدد المركب a حيث : $a=-2+2i\sqrt{3}$.

(i هو العدد المركب الذي طويلته 1 و $\frac{\pi}{2}$ عمدة له)

ب) حلّ في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z : $z^2=-2+2i\sqrt{3}$.

2) نعتبر في المستوي المركب المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، النقط A ، B ، C ذات اللاحقات $z_A=-2$ ، $z_B=-1-i\sqrt{3}$ ، $z_C=1+i\sqrt{3}$ على الترتيب .

أ) احسب طويلة العدد المركّب $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}$ و عمدة له .   ب) استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\arg(\overline{z}+2)=\frac{\pi}{3}$.

أ) تحقق أنّ B تنتمي إلى (E).   ب) عيّن المجموعة (E) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرّفة بحدّها الأوّل $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=3u_n+2n+1$.

(v_n) المتتالية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n=u_n+\alpha n+\beta$ حيث α و β عددان حقيقيان .

1) عيّن α و β بحيث تكون المتتالية (v_n) متتالية هندسية ، يطلب حساب أساسها و حدّها الأوّل.

2) احسب كلاً من v_n و u_n بدلالة n.

3) أ) احسب المجموعين S و P حيث: $S=v_0+v_1+...+v_n$ و $P=v_0^2+v_1^2+...+v_n^2$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_0+u_1+...+u_n=\frac{1}{2}\left[3^{n+1}-(n+1)(n+2)-1\right]$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. (الوحدة $1cm$)

نعتبر النقط $A(2;1;4)$ ، $B(4;-1;0)$ ، $C(0;3;2)$ و $D(4;3;-2)$.

1) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (CD).

2) لتكن M نقطة من المستقيم (CD).

أ) عيّن إحداثيات النقطة M بحيث تكون المسافة BM أصغر مما يمكن.

ب) نرمز H إلى النقطة من المستقيم (CD) ذات الإحداثيات $(-1;3;3)$. تحقق أنّ المستقيمين (BH) و (CD) متعامدين.

ج) بيّن أنّ مساحة المثلث BCD تساوي $12cm^2$.

3) أ) برهن أنّ الشعاع $\vec{n}(2,1,2)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (BCD).

ب) عيّن معادلة ديكارتية للمستوي (BCD) .

ج) عيّن تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و العمودي على المستوي (BCD).

د) برهن أن النقطة I، نقطة تقاطع المستقيم (Δ) و المستوي (BCD) ، إحداثياتها هي $\left(\frac{2}{3};\frac{1}{3};\frac{8}{3}\right)$.

أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

<u>التمرين الرابع:</u> (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=\left]-\infty;0\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ حيث : $f(x)=\dfrac{3e^{2x}+1}{e^{2x}-1}$

(يرمز e إلى أساس اللوغاريتم النيبيري)

نسمّي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) عيّن بمعادلاتها المستقيمات المقاربة للمنحني (C_f).

2) بيّن أنه من أجل كل حقيقي x من D ، $f'(x)=-\dfrac{8e^{2x}}{(e^{2x}-1)^2}$ ثم ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ النقطة $A(0,1)$ مركز تناظر للمنحني (C_f). ارسم المستقيمات المقاربة و المنحني (C_f).

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $(3-m)e^{2x}+m+1=0$.

4) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسين ميل كل منهما (-6) عند نقطتين من (C_f) يطلب تعيين هاتين النقطتين.

5) أ) عيّن العددين الحقيقين α و β بحيث من أجل كل حقيقي x من D : $f(x)=\alpha+\dfrac{\beta e^{2x}}{e^{2x}-1}$.

ب) احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $x=-\ln 2$ ، $x=\lambda$ و $y=-1$.

أحسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.

<u>انتهى الموضوع الأول</u>

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

I) نعتبر النقط A ، B ، C و D المتمايزة ذات اللاحقات على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D بحيث :

$$\begin{cases} z_A + z_C = z_B + z_D \\ z_A + iz_B = z_C + iz_D \end{cases}$$

برهن أنّ الرباعي $ABCD$ مربع.

II) 1) اكتب على الشكل الأسي و على الشكل المثلثي العددين المركبين z_1 و z_2 حيث: $z_1 = 1+i$ و $z_2 = 1-i$.

2) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع $S_n = (1+i)^n + (1-i)^n$.

عيّن الشكل المثلثي لـ S_n .

3) أجب بصحيح أم خاطئ على ما يلي مع التبرير.

أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، العدد المركب S_n هو عدد حقيقي .

ب) توجد أعداد غير منتهية من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $S_n = 0$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 2$ من أجل كل عدد طبيعي n.

1) أحسب u_1 و u_2 ، ثم برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n > 1$.

2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة كما يلي: $v_n = \ln(u_n - 1)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

أ) بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها q و حدّها الأول v_0 .

ب) اكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n ثم جد أكبر قيمة للعدد الطبيعي n بحيث يكون $v_n < 955$.

3) احسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث :

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n \quad \text{و} \quad S'_n = (u_1 - 1) + (u_2 - 1) + \dots + (u_n - 1)$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على **5** كريات : **3** كريات تحمل الرقم **2** و كريتين تحملان الرقم **3** ؛ و يحتوي كيس U_2 على **5** كريات : ثلاث كريات بيضاء و كريتين حمراوين (لا يمكن التمييز بين الكريات باللمس)

نسحب عشوائيا كرية واحدة من الكيس U_1 و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد n كرية من الكيس U_2 حيث n هو الرقم الذي تحمله الكرية المسحوبة من الكيس U_1.

1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكريات الحمراء المسحوبة .

أ) عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X . احسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=\frac{e^x}{1+e^x}+\ln\left(1+e^x\right)$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=e^{-x}\ln\left(1+e^x\right)$.

و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

وحدة الطول هي $2cm$.

1) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنه من أجل كل حقيقي x : $f'(x)=e^{-x}\,g(x)$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

4) ارسم المنحني $\left(C_f\right)$.

5) h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\ln\left(1+e^{-x}\right)$.

تحقق أنه من أجل كل حقيقي x : $h'(x)=-\frac{1}{1+e^x}$.

باستخدام المكاملة بالتجزئة أوجد دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

احسب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدود بالمنحني $\left(C_f\right)$ و المستقيمات التي معادلاتها $y=0$ و $x=0$ و $x=\lambda$ حيث λ عدد حقيقي موجب تماما.

احسب $\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الثاني