

الموضوع الاولالتمرين الاول: (03 نقاط)

1. ليكن العددين الطبيعيان  $\alpha$  ،  $\beta$  ، حيث  $\alpha = m^2 + m$  ،  $\beta = m + 2$  ، و  $m$  من  $\mathbb{N}$

(أ) بين ان:  $pgcd(\alpha; \beta) = pgcd(m; 2)$

(ب) استنتج القيم الممكنة لـ  $pgcd(\alpha; \beta)$

2.  $a$  ،  $b$  عددين طبيعيين مكتوبان في النظام تعداد اساسه  $n$  ( $n$  عدد طبيعي ،  $n \geq 6$ ) ، بحيث  $a = \overline{2310}$  ،

$$b = \overline{252}$$

(أ) برهن ان :  $2n+1$  يقسم  $a$  و  $b$

(ب) بين انه اذا كان:

$n$  فردي فان  $pgcd(a; b) = 2n + 1$

$n$  زوجي فان  $pgcd(a; b) = 4n + 2$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

كيس يحتوي على 5 قريصات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 5 ، نسحب بطريقة عشوائية من هذا الكيس قريصتين على التوالي بدون ارجاع القريصة الاولى المسحوبة.

1. شكل شجرة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية ، ثم استنتج عدد عناصر المجموعة الشاملة  $\Omega$  .

2. احسب احتمال كل من الاحداث التالية:

-  $A$  : "حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد زوجي".

-  $B$  : "حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد اولي".

-  $C$  : "حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما اكبر تماما من العدد 7".

3.  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.

(أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $X$  .

(ب) اوجد قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  .

(ج) احسب الامل الرياضياتي  $E(X)$  والانحراف المعياري  $\sigma(X)$  للمتغير العشوائي  $X$  .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  .

1. نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  ،  $C$  : حيث  $z_A = 2e^{i2\pi}$  ،  $z_B = 1 - i$  ،  $z_C = \overline{z_B}$

(أ) اوجد طوليلة العدد المركب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  وعمدة له

(ب) استنتج بدقة طبيعة المثلث  $ABC$  .

2. ليكن  $r$  الدوران الذي مركزه  $A$  ويحول النقطة  $B$  الى النقطة  $C$  .

أ) عين زاوية الدوران  $r$  ، ثم اكتب العبارة المركبة للدوران  $r$  .

ب) اوجد  $z_D$  لاحقة النقطة  $D$  صورة النقطة  $C$  بالدوران  $r$

3. (C) الدائرة التي قطرها  $[BC]$  .

أ) اوجد (C') صورة (C) بالدوران  $r$  .

ب) لتكن  $M$  نقطة من (C) لاحقتها  $z$  ، بحيث النقطة  $M'$  تختلف عن النقطة  $C$  ، صورتها  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  بالدوران  $r$  .

• بين وجود عدد حقيقي  $\theta$  يحقق :  $z = 1 + e^{i\theta}$

• عبر عن  $z'$  بدلالة  $\theta$  .

• بين أن  $\frac{z' - z_C}{z - z_C}$  حقيقي، ثم استنتج أن النقط :  $C$  و  $M$  و  $M'$  علي استقامية

التمرين الرابع: (07نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = -x + 1 + \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

( $C_f$ ) التمثيل البياني للدالة  $f$  في المستوي مزود بالمعلم المتعامد  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ،  $\|\vec{i}\| = 1cm$  ،  $\|\vec{j}\| = 2cm$  .

.I

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. بين ان ( $C_f$ ) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تحديد معادلة لكل واحد منهما.

3. أ) بين انه من اجل كل  $0 < x \leq 1$  فان  $2 - 2x\sqrt{x} - \ln x \geq 0$

ومن اجل كل  $x \geq 1$  فان  $2 - 2x\sqrt{x} - \ln x \leq 0$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال  $]0; +\infty[$  ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. انشئ ( $C_f$ ) في المعلم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

.II

1. باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة  $x \mapsto \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

2.  $\lambda$  عدد حقيقي ، حيث  $0 < \lambda < 1$  ،  $A(\lambda)$  مساحة العيز من المستوي المحدد بالمنحني ( $C_f$ ) والمستقيمات

التالية:  $x = \lambda$  ،  $x = 1$  ،  $y = -x + 1$

3. احسب نهاية  $A(\lambda)$  لما يؤول  $\lambda$  إلى الصفر، أعط تفسيراً هندسياً لهذه النهاية.

.III

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول  $u_0$  حيث:  $u_0 \in [1; 2]$  ، ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:

$$u_{n+1} = 1 + \frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}$$

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[1; 2]$  لدينا :  $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$

2. برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا  $u_n \in [1; 2]$

3. بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا :  $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$  ، عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

4. برهن أن المتتالية  $(u_n)$  متتالية متقاربة ، نسمي العدد  $l$  نهايتها

5. احسب بدقة قيمة  $l$