

التمرين الاول :

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بـ:  $u_0 = \frac{1}{5}$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 1}$ .

$$1. \text{ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n + 1}$$

$$2. \text{ (أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n : 0 < u_n < \frac{1}{2}$$

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n + 1}$  ثم بين أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متزايدة ، برر تقاربها .

$$3. \text{ نضع من أجل كل عدد طبيعي } n : v_n = \frac{3^n u_n}{2u_n + 1}$$

(أ) اثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = 6$  يطلب تعيين حدها الاول

(ب) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  ، أحسب  $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$  ثم استنتج أن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$  ، أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

$$4. \text{ احسب المجموع } S_n \text{ بدلالة } n \text{ حيث : } S_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \dots + \frac{1}{u_n}$$

التمرين الثاني :

يحتوي صندوق  $U_1$  علي 4كرات : كرتين حمراوتين و كرتين بيضاوتين

و يحتوي صندوق  $U_2$  علي 5 كرات : ثلاثة حمراء و كرتين بيضاوتين

( كل الكرات متماثلة ولا نفرق بينها أثناء اللمس)

نسحب عشوائيا كرة من الصندوق  $U_1$  نسجل لونها و نضعها في الصندوق  $U_2$  ثم نسحب من الصندوق  $U_2$  كرتان علي التوالي دون ارجاع.

RR

1. انقل ثم اكمل شجرة الاحتمال الموضحة في الشكل .

R

RB

2. احسب احتمال الحوادث التالية :

BB

A احتمال سحب ثلاث كرات حمراء

RR

3. احتمال سحب كرة بيضاء من الصندوق  $U_1$  علما اننا سجلنا سحب كرتان حمراوتان و كرة بيضاء.

B

RB

4. عند سحب كرة بيضاء نربح نقطتين وعند سحب كرة حمراء نخسر نقطة

BB

X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقاط المحصل عليها

- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي و احسب امله الرياضي

## التمرين الثالث:

(I) نعتبر في  $C$  كثير الحدود  $P(z)$  المعرف بـ:  $P(z) = z^3 + (2\sqrt{2} - 4)z^2 + (8 - 8\sqrt{2})z + 16\sqrt{2}$ .

1. احسب  $P(-2\sqrt{2})$  ماذا تستنتج؟

2. بين أن من أجل كل عدد مركب  $z$ :  $P(z) = (z + 2\sqrt{2})(z^2 - 4z + 8)$ .

3. حل في المعادلة  $P(z) = 0$ .

(II) المستوي منسوب الي معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  التي لواحقها

على الترتيب  $z_A = 2 + 2i$  ،  $z_B = 2 - 2i$  ،  $z_C = -2\sqrt{2}$ .

1. علم النقط  $A, B, C$ .

2. اكتب كل من  $z_A, z_B, z_C$  على الشكل الاسي، ثم استنتج ان النقط  $A, B, C$  تنتمي الي الدائرة  $(E)$  يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها

3. بين أن  $\arg(\overline{OB}, \overline{AO}) = \frac{\pi}{2} + 2K\pi$  حيث  $K \in \mathbb{Z}$

4. أ عين  $z_D$  لاحقة النقطه  $D$  حيث النقطه  $O$  منتصف القطعة  $[BD]$

ت) بين أن:  $\frac{z_B - z_A}{z_D - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$  ثم استنتج وجود تحويل نقطي يحول النقطه  $D$  الي النقطه  $B$  يطلب تعيين عناصره المميزة.

ث) استنتج طبيعة المثلث  $ABD$ .

5. لتكن  $(E')$  مجموعة نقط  $M$  ذات الاحقة  $z$  حيث:  $z = 2\sqrt{2}e^{i\theta}$  حيث  $\theta$  عدد حقيقي.

أ) تحقق أن النقطه  $D$  تنتمي الي المجموعة  $(E')$ .

ب) عين طبيعة مجموعة النقط  $(E')$ .

بالتوفيق