الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار — ثانويـات المقاطعة الأولى

الشعبة : علـوم تجريبية — دورة مـــاي 2019

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول :(04 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(1;0;2)$ ؛ $B(0;1;2)$ ؛ $C(1;-2;0)$

و المستوي (p) الذي معادلته : $3x-2y+z+3=0$.

1) أ) بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا.

ب) تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له.

2) أ) بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

ب) بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x=t-1 \\ y=4t \quad ; t\in\mathbb{R} \\ z=5t \end{cases}$

ج) أحسب المسافة بين النقطة $H(-1;6;-2)$ و المستويين (P) و (ABC) ، ثم بين أن المسافة بين النقطة H و المستقيم (Δ) تساوي $\sqrt{\frac{106}{3}}$.

3) ليكن المستوي (Q) ذو المعادلة : $x-y+z-1=0$

- عين تقاطع المستويات الثلاثة (P) ، (ABC) و (Q) .

التمرين الثاني :(04 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كريات منها ثلاث حمراء تحمل الارقام 1.1.2 وأربعة بيضاء تحمل الارقام 3.2.1.1 نسحب من الكيس كرتين على التوالي وبدون ارجاع .

1- شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الاتيتين :

أ) باعتماد الوان الكرات ب) باعتماد الارقام المسجلة على الكرات .

2- نعتبر الحادثتان التاليتان : A " الحصول على كرتين من نفس اللون "

B " الحصول على كرتين مجموع رقميهما ثلاثة "

أ) احسب $p(A)$ و $p(B)$ وبين ان : $p(A\cap B)=\frac{4}{21}$ ، هل الحادثتين A و B مستقلتان ؟ (مع التعليل)

ب) علما ان الكرتين من نفس اللون ما احتمال ان يكون مجموع رقميهما ثلاثة .

ج) علما ان الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال ان يكونا من نفس اللون .

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المحصل عليهما.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب)عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب امله الرياضي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(\overline{z}+3+i)(z^2-2z+10)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب :

$z_A=2+i$ و $z_B=1+3i$ و $z_C=-3+i$ و $z_D=\overline{z_B}$.

أ) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ، و استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر s الذي مركزه B ويحول A إلى C .

ج) عين z_E لاحقة النقطة E بحيث تكون النقطة D صورة E بالتشابه S .

د) عين المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ بحيث : $\theta\in\mathbb{R}\ /\ z=z_E+2e^{i\theta}$.

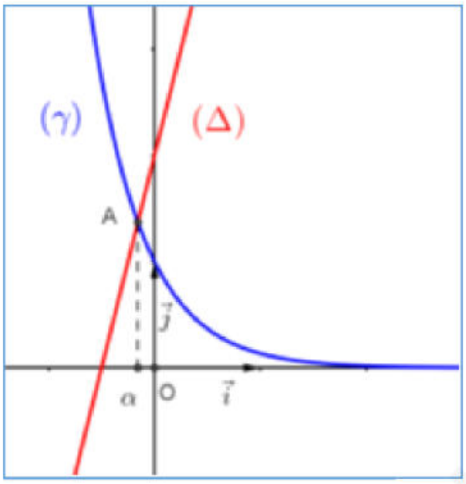
3) أ) عين z_F لاحقة النقطة F و التي تحقق : $\overrightarrow{DF}=3\overrightarrow{DB}$.

ب) استنتج نسبة التحاكي h الدي مركزه B و يحول D إلى F .

ج) عين عناصر التحويل s' بحيث : $s'=h\circ s$.

د) استنتج طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S' ، محددا عناصرها المميزة .

التمرين الرابع: (07 نقاط)



1) (γ) التمثيل البياني للدالة : $x\mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة : $y=4x+2$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) .

g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{-2x}-4x-2$.

أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ب) تحقق أن: $-0.16<\alpha<-0.15$.

2) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+3-2\,x\,e^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$ ، وحدة الطول $2cm$.

أ) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=e^{2x}g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أنّ المستقيم (D) ذوالمعادلة $y=x+3$ مستقيما مقاربا مائلا للمنحني (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D).

4) بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$.

5) أرسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 3.07$) .

6) أ) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) يطلب تعيين معادلة له .

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=x+m$ حلين متمايزين .

7) أ) x عدد حقيقي ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد $\int_0^x 2te^{2t}dt$.

ب) λ عدد حقيقي أصغر تماما من 0 ، احسب بدلالة λ المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و بالمستقيمات ذات المعادلات : $x=0$ ، $x=\lambda$ و $y=x+3$ ، ثم جد $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04نقاط)

1) (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $v_0=\frac{4}{3}$ و $v_1\times v_2\times v_3=\frac{27}{64}$.

أ) أحسب v_2 ، ثم استنتج أن أساس المتتالية (v_n) هو $q=\frac{3}{4}$.

ب) أكتب v_n بدلالة n .

2) (u_n) متتالية عددية معرفة بـــ: $u_0=-\frac{2}{3}$ و من اجل كل n طبيعي $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-\frac{1}{2}$.

أ) أحسب الحدود u_1 و u_2 .

ب) برهن أنه من اجل كل n طبيعي : $u_n>-2$.

ج) عين اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج انها متقاربة.

3) (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=u_n-v_n$.

أ) أثبت بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n=-2$.

ب) استنتج عبارة u_n بدلالة n, ثم أحسب نهايتها .

ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=\frac{u_1}{v_1}+\frac{u_2}{v_2}+...+\frac{u_n}{v_n}$

التمرين الثاني: (04نقاط)

يحتوي كيس U على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها خمس كريات بيضاء و ثلاث كريات حمراء و كريتان خضراء .

نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس U .

نعتبر الحادثتين : A " من بين الكريات الثلاث المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط "

B " الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون " .

1) احسب $P(A)$ و $P(B)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان الظاهرة في السحب .

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X .

3) نعتبر الكيس الأول U وكيس آخر V يحتوي على كريتان بيضاء و كريتان حمراء و كرة واحدة خضراء .

نرمي زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6 ، فإذا ظهر الرقم 6 فنسحب كرة من الكيس الأول U و إلا فنسحب كرة من الكيس V .

أ) بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو $p(C)=\frac{5}{12}$.

ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء ، فما احتمال أن تكون من الكيس الثاني V .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1) أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-6z+21=0....(\mathrm{I})$.

ب) استنتج حلول المعادلة : $\left(\bar{z}+3+i\sqrt{3}\right)^2-6\bar{z}-i6\sqrt{3}+3=0....(\mathrm{II})$.

2) في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D

التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$

أ) بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$ ويطلب تعيين نصف قطرها .

ب) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O .

- بين أن $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

ج) بيّن أنه يوجد دوران r مركزه B ويحول النقطة E إلى C ، يطلب تعيين زاويته .

3) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث :

$$z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\left(z+i\sqrt{3}\right).$$

أ) عيّن طبيعة التحويل S و حدد عناصره المميزة .

ب) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $|z-z_\Omega|^2=-(z_A-z_B)^2$.

ج) عيّن طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S ، محددا عناصرها المميزة .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

1) g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{\ln x}{x}+e$.

أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) أحسب $g\left(\frac{1}{e}\right)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

2) f دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2+ex-e$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$. (نأخذ: $\|\vec{j}\|=1\,cm$; $\|\vec{i}\|=2\,cm$)

أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) عيّن نهايات الدالة f عند 0 و $+\infty$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

4) أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (T).

5) أرسم (T) و المنحنى (C_f).

6) h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=x\left[(\ln x)^2+a\ln x+b\right]$ ، حيث a و b عددان حقيقيان .

أ) عيّن a و b بحيث تكون h دالة أصلية للدالة $x\mapsto(\ln x)^2$.

ب)أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=\frac{1}{e}$ ، $x=1$ و $y=ex-e$.

7) لتكن k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x)=f\left(e^{2x}\right)$.

- باستعمال مشتقة دالة مركبة عيّن اتجاه تغير الدالة k ثم شكل جدول تغيراتها.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ نعتبر النقط: $A(1;-2;4)$ ، $B(-2;-6;5)$ ، $C(-4;0;-3)$

و $D\left(-\frac{1}{2};-3;2\right)$

1) أ) بين أن النقط A ، B و C ليست على استقامة واحدة.

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1;-1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية لـه .

2) أ- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة D و العمودي على المستوي (ABC) .

ب- استنتج إحداثيات النقطة G المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ – تحقق أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2),(B;1),(C;1)\}$.

3) عين مجموعة النقط M من الفضاء بحيث : $\left\|2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\right\|=d\left(O;(ABC)\right)$.

4) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_1=e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1}=e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$.

1) أ) أحسب u_2 و u_3 .

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n>\frac{1}{e}$.

2) أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة .

3) (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $v_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln(u_n)$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n و أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n=\frac{1}{1+lnu_1}+\frac{1}{1+lnu_2}+........+\frac{1}{1+lnu_n}$.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

1 /حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $z^2-2\sqrt{2}\,z+3=0$.

2 / المستوي المركب منسوب معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C ، D و G لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{2}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=2\sqrt{2}$ ،

$z_D=-\sqrt{2}+3i$ و $z_G=2i$.

أ . أثبت أن النقطتين A و B تنتميان إلى دائرة مركزها C يطلب تعيين نصف قطرها .

ب . تحقق من أن $z_C = z_A + z_B$ و $|z_A| = |z_B|$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $OACB$ و احسب مساحته .

3 / بين أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(C;1),(D;2)\}$.

4/ (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\sqrt{(iz+2)\overline{(iz+2)}} = 6$ ، عين المجموعة (Γ) .

5 / S التحويل النقطي ا لذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ من المستوي حيث :

. $z' = 2e^{i\pi}z + 4 + 2i$

عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل النقطي S ثم أوجد صورة (Γ) بالتحويل S .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D_f =]0;e[\cup]e;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = \dfrac{1}{x(1-\ln x)}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$ ، (الوحدة $2\,cm$) .

$I)$ 1 / احسب نهايتي الدالة f عند e وعند $+\infty$ ، ثمّ فسّر النتائج هندسيا .

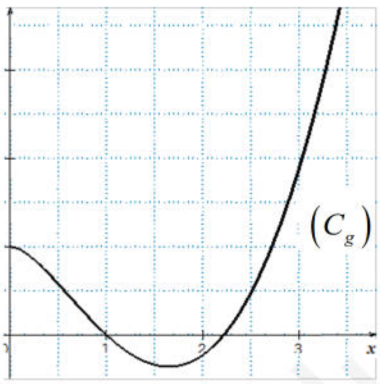
2 / بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا .(لاحظ أن $x(1-\ln x) = x - x\ln x$) .

3 / بين انه من أجل كل x من $]0;e[\cup]e;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

4 / ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

$II)$ لتكن g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 - x^2(1-\ln x)$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (انظر الشكل)



1 / أ . بقراءة بيانية حدّد عدد حلول المعادلة (E) التالية:

$g(x) = 0$ في المجال $]0;+\infty[$

ب . باستعمال جدول القيم التالي :

x	2,1	2,2	2,3	2,4
$g(x)$	$-0,14$	$-0,02$	0,12	0,28

بين أن المعادلة (E) تقبل حلاّ α بحيث $2,2 < \alpha < 2,3$

2 / أ . تحقق أنه من أجل كل x من D_f ، $f(x) - x = \dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$.

ب . بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين دات الفاصلتين 1 و α .

ج. حدد انطلاقا من (C_g) إشارة $g(x)$ على المجال $[1;\alpha]$ وبين أن $f(x) - x \le 0$ لكلّ x من المجال $[1;\alpha]$.

3 / أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{i};\vec{j})$ ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

4 / أ .بين أن $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)}\,dx = \ln 2$ ، (لاحظ أن $\dfrac{1}{x(1-\ln x)} = \dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f) .

ب .نعتبر المساحة A لمجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوي حيث: $1 \le x \le \sqrt{e}$ و $f(x) \le y \le x$

احسب A بـ cm^2 .