

# الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة الرياضيات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية 01

## الجزء الأول:

- لتكن  $g$  دالة عددية مُعرّفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $g(x) = 10 + 21x - x^3$ .
- أدرُس تغيّرات الدالة  $g$  ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
  - أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل ثلاث حلول  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\lambda$  حيث  $-4,4 < \alpha < -4,3$ ،  $-0,5 < \beta < -0,4$  و  $4,8 < \lambda < 4,9$ .
  - استنتج إشارة  $g(x)$  تبعاً لقيم العدد الحقيقي  $x$ .

## الجزء الثاني:

لتكن  $f$  دالة عددية مُعرّفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ  $f(x) = \frac{1 - 3x^2 - 4x^3}{x^3 + x^2 - 2}$ ، وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

- أحسب نهايات الدالة  $f$  بجوار أطراف مجموعة تعريفها. فسّر هندسياً النتائج.
- أ) أثبت أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R} - \{1\}$  وأن  $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^3 + x^2 - 2)^2}$ .  
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$  ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.
- أثبت أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\mu$  حيث  $0,4 < \mu < 0,5$ .
- حل المعادلة، ذات المجهول الحقيقي  $x$  حيث  $f(x) + 4 = 0$ . ماذا تستنتج؟
- نقبل أن  $(C_f)$  يقبل  $\Omega\left(-\frac{1}{4}, -\frac{9}{20}\right)$  كنقطة إنعطاف، أرسم  $(C_f)$ .

إعداد الأستاذة: نوال بن عبد السلام  
تاريخ: 2018/2017

# الإجابة النموذجية

## الجزء الأول

(1) الدالة  $g$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ودالتها المشتقة  $g'(x) = -3x^2 + 21$ .  
لدينا  $g'(x) = 0$  يكافئ  $-3x^2 + 21 = 0$  يكافئ  $x = \sqrt{7}$  أو  $x = -\sqrt{7}$ ، وإشارة  $g'(x)$  موضحة في الجدول

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{7}$	$\sqrt{7}$	$+\infty$	
$g'(x)$	-	0	+	0	-

الدالة  $g$  متزايدة تماماً على  $[-\sqrt{7}, \sqrt{7}]$  و متناقصة تماماً على  $]-\infty, -\sqrt{7}[$  و  $]\sqrt{7}, +\infty[$ .

لدينا  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = -\infty$ ، وتغيرات الدالة  $g$  موضحة في الجدول الآتي

$x$	$-\infty$	$-\sqrt{7}$	$\sqrt{7}$	$+\infty$	
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$	$+\infty$	$-27,04$	$47,04$	$-\infty$	

(2) الدالة  $g$  مستمرة ورتيبة تماماً على كل مجال من المجالات  $]-4, 4[$ ،  $]-0, 4[$ ،  $]-0, 5[$  و  $]4, 8[$  و  $]4, 9[$  ولدينا  $g(-4, 3) \times g(-4, 4) < 0$ ،  $g(-0, 5) \times g(-0, 4) < 0$  وكذلك  $g(4, 8) \times g(4, 9) < 0$  ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل ثلاث حلول  $\alpha$ ،  $\beta$  و  $\lambda$  حيث  $-4, 4 < \alpha < -0, 4$ ،  $-0, 5 < \beta < -0, 4$  و  $4, 8 < \lambda < 4, 9$ .

(3) إشارة  $g(x)$  موضحة في الجدول

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$\beta$	$\lambda$	$+\infty$		
$g(x)$	+	0	-	0	+	0	-

## الجزء الثاني

(1) لدينا  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -4$ ، ومنه المستقيم ذو المعادلة  $y = -4$  مقارب أفقي في جوار  $+\infty$  و

$(C_f)$   $\rightarrow -\infty$

كذلك  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -\infty$ ، ومنه المستقيم ذو المعادلة  $x = 1$  مقارب عمودي  $\rightarrow$

$(C_f)$

(2) (i) الدالتان  $x \mapsto x^3 + x^2 - 2$  و  $x \mapsto 1 - 3x^2 - 4x^3$  قابلتان للاشتقاق على  $\mathbb{R} - \{1\}$ ، ومنه الدالة  $f$

$$f'(x) = \frac{10x + 21x^2 - x^4}{(x^3 + x^2 - 2)^2} = \frac{xg(x)}{(x^3 + x^2 - 2)^2}$$

قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R} - \{1\}$ ، ودالتها المشتقة

(ب) إشارة  $f'(x)$  موضحة في الجدول

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$\beta$	$0$	$1$	$\lambda$	$+\infty$
$x$	-	-	-	+	+	+	+
$g(x)$	+	-	+	0	+	+	-
$f'(x)$	-	0	+	0	-	+	+

ومنه الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[\alpha, \beta] \cup [0, 1] \cup [1, \lambda]$  ومتناقصة تماماً على  $]-\infty, \alpha] \cup [\beta, 0] \cup [\lambda, +\infty[$  وجدول تغيراتها هو

$x$	$-\infty$	$\alpha$	$\beta$	$0$	$1$	$\lambda$	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	-	+	+	0
$f(x)$	$-4$	$f(\alpha)$	$f(\beta)$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$	$-\infty$	$f(\lambda)$

(3) الدالة  $f$  مستمرة ورتيبة تماماً على  $]0, 4; 0, 5[$  و  $f(0, 4) \times f(0, 5) < 0$ ، ومنه حسب مبرهنة القيم

المتوسطة، المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\mu$  حيث  $0, 4 < \mu < 0, 5$ .

(4) لدينا  $f(x) + 4 = 0$  تكافئ  $f(x) = -4$  يكافئ  $x = \sqrt{7}$  أو  $x = -\sqrt{7}$ ، أي أن  $(C_f)$  يقطع

المستقيم المقارب الأفقي الذي معادلته  $y = -4$  في نقطتين فاصلتهما  $x = \sqrt{7}$ ،  $x = -\sqrt{7}$ .

