

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضياتالتمرين الأول: (7 نقاط)

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $[0; 2]$  ب:  $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$ .

1. أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0; 2]$ .

2. نعتبر المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة  $y = x$ ، كما هو موضح في الشكل.

أ. مثل على محور الفواصل الحدود  $U_2; U_1; U_0$  (دون حساب)، مبرزاً خطوط الرسم. (الرسم على الوثيقة المرفقة وتعاد مع أوراق الإجابة).

ب. ما هو تخمينك حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$ ، وتقاربها.

3. أ. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $1 < U_n \leq 2$ .

ب. أدرس الوضع النسبي بين  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  ثم استنتج اتجاه تغير  $(U_n)$ .

ت. استنتج أن  $(U_n)$  متقاربة.

4. أ. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $[1; 2]$  فإن:  $\frac{f(x)-1}{x-1} = 1 - \frac{2}{x+1}$ .

ب. بين أنه من أجل كل  $x$  من  $[1; 2]$  فإن:  $0 < \frac{f(x)-1}{x-1} \leq \frac{1}{3}$ .

ت. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 < U_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(U_n - 1)$ .

ث. استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $0 < U_n - 1 \leq (\frac{1}{3})^n$ .

5. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:  $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_n$ .

أ. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:  $n < S_n \leq n + \frac{1}{2} \left[ 1 - (\frac{1}{3})^n \right]$ .

ب. استنتج:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

التمرين الثاني: (06.5)

الجزء الأول: نعتبر في  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  المعادلة: (\*)  $2019x - 1440y = 3177 \dots \dots$

1. أ. أحسب  $PGCD(2019; 1440)$  واستنتج أن المعادلة (\*) تقبل حلولاً في  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ .

ب. بين أن المعادلة (\*) تكافئ المعادلة:  $673x - 480y = 1059$ .

2. أ. جد حلاً خاصاً  $(x_0; y_0)$  للمعادلة (\*) حيث:  $x_0^2 + 480y_0 = 969$  (مع  $x_0 \geq 0$ ).

ب. حل في  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  المعادلة (\*) بأخذ  $(x_0; y_0) = (3; 2)$  .

3. نعتبر الجملة (S) حيث:  $\begin{cases} \lambda \equiv -59[673] \\ \lambda \equiv 1000[480] \end{cases}$ .....(S)

• عين قيم العدد الصحيح  $\lambda$  التي تحقق الجملة (S) .

### الجزء الثاني:

1. أ. أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $3^n$  و  $5^n$  على 7.  
ت. استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد:  $2020^{2019} + 1440^{1439} - 2019^{2018}$  على 7 .  
ث. عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق:

$$3 \times 2019^n - 2 \times 1440^n + 2020^{2019} \equiv 0[7]$$

2.  $N$  العدد الطبيعي الذي يكتب في النظام التعداد ذي الأساس 5 كما يلي:  $N = \overbrace{1 \dots \dots 110}^{2018 \text{ رقم}}$

بين أن العدد الطبيعي:  $N - 5$  مضاعف ل: 7

### التمرين الثالث:(06.5)

الجزء الأول: يحتوي صندوق  $U$  على 7 كرييات حمراء تحمل الأرقام : 0,1,2,3,4,5,6 ، و 3 خضراء تحمل الأرقام: 3, -2, -4 لانفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد . أحسب احتمال الحوادث الآتية:

A: "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

B: "الحصول على كرييتين حمراوين على الأقل " .

C: "الحصول على كرية خضراء على الأكثر وتحمل رقما سالبا " .

D: "الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها معدوم " .

E: "الحصول على ثلاث كرات جداء أرقامها عدد سالب تماما " .

الجزء الثاني: نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات الحمراء المتبقية في هذا الصندوق .

أ. عين قيم المتغير العشوائي  $X$  ، ثم عرف قانون احتماله .

ب. أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي  $X$ .

الجزء الثالث: نعتبر زهرة نرد بستة وجوه أربع منها تحمل الرمز  $\alpha$  و وجهان يحملان الرمز  $\beta$  ونقوم بالتجربة التالية : نرمي زهر النرد فإذا ظهر الرمز  $\alpha$  نسحب على التوالي دون إرجاع كرييتين من الصندوق  $U$  ، وإذا ظهر الرمز  $\beta$  نسحب على التوالي مع الإرجاع كرييتين من نفس الصندوق  $U$  .

أ. مثل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة مع إرفاق جميع الفروع باحتمالاتها المناسبة.

ب. أحسب احتمال الحصول على كرييتين من نفس اللون.

ت. (خاص بشعبة الرياضيات فقط) أحسب احتمال ظهور الرمز  $\alpha$  علما أن الكرييتين المسحوبتين مختلفتين في اللون .

الصفحة 2/2 انتهى

أساتذة المادة يتمنون لتلاميذنا الأعزاء التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

الوثيقة المرافقة للتمرين الأول:

