الجمهـــورية الجزائرية الديـــــمقراطية الشـعـبية

مديرية التربية لولاية وهـــــران — ثانوية العقيد أحمد بن عبد الرزاق

امتحان الفصـــــــــل الأول — يـــــــــــــوم : 2018/12/02

المستـــوى : سنة ثـــالثة ثـــانوي — الشعـــبة : رياضيـــــــــــــــات

اختبار في مادة : الريــــــاضيات — المـــــدة : ســـــــــــاعتان

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتالية الهندسية (u_n) حدودها موجبة من اجل كل عدد طبيعي n حيث : $\begin{cases}\ln(u_2)-\ln(u_4)=4\\ \ln(u_1)+\ln(u_5)=-12\end{cases}$

1) بين أن أساس المتتالية (u_n) هو $q=\dfrac{1}{e^2}$ ثم عين حدها الأول u_0.

2) احسب u_n بدلالة n.

3) أ-احسب المجموع $S_n=u_0+u_1+u_2+..............+u_n$

ب-احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

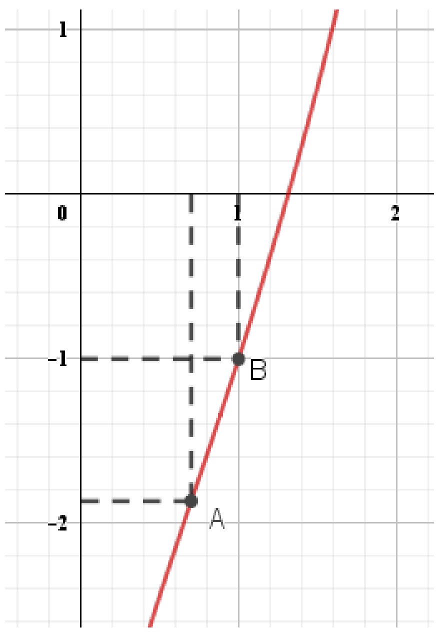
4) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln u_n+\ln u_{n+1}$.

أ- بين أن (v_n) متتالية حسابية يطلب تعين أساسها.

ب- احسب المجموع T_n حيث: $T_n=v_0+v_1+v_2+...............+v_n$

حـ- عين قيمة n حتى يكون $T_n{}^2=2^{30}$

التمرين الثاني: 07 نقاط



نعتبر الدالة u المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـــ : $u(x)=ax^2+b+cLnx$

حيث a و b و c أعداد حقيقية و (C_u) تمثيلها البياني الموضح في الشكل

و الذي يشمل النقطتان $A\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},-\dfrac{3}{2}-\dfrac{1}{2}Ln2\right)$ و $B(1,-1)$

و النقطة A هي نقطة إنعطاف

1) جد الأعداد الحقيقية a و b و c و برهن أن $u(x)=x^2-2+Lnx$

2) أكتب جدول تغيرات الدالة u

3) المعادلة $u(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يطلب حصره على مجال من الشكل $\left]\dfrac{n}{100},\dfrac{n+1}{100}\right[$ حيث n عدد طبيعي يطلب تعيينه

4) أدرس إشارة $u(x)$ ثم برهن أن $Ln(\alpha)=2-\alpha^2$

5) نعتبر الدالة v حيث $v(x)=u\left(e^{-x}\right)$

a) أحسب الدالة المشتقة للدالة v ثم بين أن الدالة v متناقصة تماما على مجموعة تعريفها IR

b) أكتب عبارة الدالة v ثم أحسب نهايات الدالة v

إقلب الورقـــــة....

التمرين الثالث: 09نقاط

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x)=e^{-x}+x-1$

1. أحسب $g'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم أستنتج اتجاه تغير الدالة g .
2. بين أن: $g(x)\geq 0$ لكل x من $\mathbb{R}$ (لاحظ أن $g(0)=0$)ثم أستنتج أن: $e^{-x}+x\geq 1$ لكل x من $\mathbb{R}$

II) نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x والمعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\dfrac{x}{x+e^{-x}}$

وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدة الأطوال 2 cm

1) 1. بين أن: $f(x)=\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{xe^{x}}}$ لكل x من $\mathbb{R}^*$.

2. بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.(نقبل أن $\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x}=0$)

2) 1. بين أن: $f'(x)=\dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

2. أدرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ- أكتب معادلة المماس للمنحنى (C) في النقطة O مبدأ المعلم.

ب- تحقق أن: $x-f(x)=\dfrac{xg(x)}{g(x)+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم أدرس إشارة $x-f(x)$ على $\mathbb{R}$.

جـ- أستنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

4) أنشئ (Δ) و (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$

1- بين بالتراجع أن : $0\leq u_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة (يمكن إستعمال نتيجة السؤال 3II ب)

3- أستنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.

انتهى ...

☺ بالتوفيق ☺

أستاذ المادة