ثانوية جابر بن حيان	البكالوريا التجريبية	السنة الدراسية :2019/2018
الشعبة : علوم تجريبية	اختبار في مادة الرياضيات	المدة : 3 ساعات ونصف

اختر موضوعا و احدا و اجب عليه

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب الأعداد $a=-4$ ، $b=2$ ، $c=4$ و ليكن العدد المركب $j=-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

1) لتكن النقط A' ، B' ، C' التي لواحقها على الترتيب : $a'=ja$ ، $b'=jb$ ، $c'=jc$

أ- اكتب العدد j على الشكل المثلثي و الأسي و استنتج الشكل الجبري و الأسي للأعداد a' ، b' ، c'

ب- النقط A ، B ، C و الدوائر ذات المركز O و أنصاف الأقطار 2 ، 3 ، 4 مرسومة على الشكل المرافق في الملحق، أنشئ النقط A' ، B' ، C' على الرسم. (الرسم على الملحق (1))

2) بين أن النقط A' ، B' ، C' في استقامية.

3) نرمز بـ T لمنتصف القطعة المستقيمة $[A'C]$ و N لمنتصف $[C'C]$ و P منتصف $[C'A]$

- بين أن المثلث TNP متساوي الساقين.

4) ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{4}$ و S التشابه الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{4}$ و نسبته 2

أ- اكتب العبارة المركبة لكل من التحويلين R و S

ب- عين لاحقتي النقطتين E و F صورتي النقطة B بالتحويلين R و S على الترتيب ثم أنشئ النقطتين E و F

التمرين الثاني : (4 نقاط)

تاجر للنباتات يشتري بضاعته من ثلاث مشاتل مختلفة نرمز لها بالرموز H_1 ، H_2 ، H_3 : 35% من النباتات يشتريها من المشتل H_1، 25% من المشتل H_2 و الباقي من المشتل H_3

كل مشتل يسلمه نوعين من الشجيرات كثيفة الأوراق و قليلة الأوراق وفق النسب التالية :

80% من انتاج المشتل H_1 كثيفة الأوراق ، 50% من انتاج المشتل H_2 كثيفة الأوراق و 30% من انتاج H_3 كثيفة الأوراق

1) يختار التاجر شجيرة عشوائيا من المخزون المتوفر لديه ، و نعتبر الحوادث التالية :

H_1 : << الشجيرة المختارة من المشتل H_1 >> ، H_2 : << الشجيرة المختارة من المشتل H_2 >>

H_3 : << الشجيرة المختارة من المشتل H_3 >> ، F : << الشجيرة المختارة كثيفة الأوراق >>

أ- شكل شجرة الاحتمالات التي تفسر الوضعية.

ب- احسب احتمال أن تكون الشجيرة المختارة كثيفة الأوراق و من المشتل H_3

ت- بين أن احتمال أن تكون الشجيرة قليلة الأوراق يساوي 0,475

ث- إذا علمت أن الشجيرة المختارة قليلة الأوراق ، فما هو احتمال أن تكون من المشتل H_1 (تدور النتيجة إلى 10^{-3})

2) عينة تتكون من 1000 شجيرة من المخزن يختار زبون من بينها شجيرتين عشوائيا و نفرض أن النسب هي نفسها كما في الجزء الأول ، سعر الشجيرة كثيفة الأوراق 300 دينار و سعر قليلة الأوراق 200 دينار

وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بالاختيار ثمن الشجيرتين المختارتين.

أ- ماهي قيم X ؟

ب- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X (تدور النتائج إلى 10^{-3}) ثم احسب E(X) الأمل الرياضياتي لهذا المتغير.

التمرين الثالث : (5 نقاط)

الشكل في الملحق هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[-1;2]$ بـ : $f(x)=\frac{-2x+2}{x-3}$

والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$

1) أ- شكل جدول تغيرات الدالة f على $[-1;2]$

ب- استنتج أنه إذا كان $x\in[-1;2]$ فإن $f(x)\in[-1;2]$

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=\frac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

- عين على محور الفواصل الأعداد u_3,u_2,u_1,u_0 دون حساب هذه الحدود (الرسم في الملحق)

ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n<2$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، ماذا تستنتج؟

4) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{u_n+1}{u_n-2}$

أ- برهن أن المتتالية (v_n) هندسية ثم اكتب v_n بدلالة n ، هل (v_n) متقاربة؟

ب- استنتج عبارة u_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (u_n)

ت- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{3}{u_n-2}+1$

ث-ثم احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{3}{u_n-2}+\frac{3}{u_{n+1}-2}+.....+\frac{3}{u_{n+2019}-2}$

التمرين الرابع : (7 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث $\left\|\vec{i}\right\|=\left\|\vec{j}\right\|=4cm$

I- لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $h(x)=1+x^2-2x^2\ln x$

1/ أدرس تغيرات الدالة h و شكل جدول تغيراتها

2/ بين أن المعادلة $h(x)=0$ لا تقبل حلا على المجال $]0,1[$ و تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,+\infty[$ ، ثم تحقق أن : $1,5<\alpha<2$ و استنتج إشارة $h(x)$.

II- لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{\ln x}{x^2+1}$

1- أحسب نهايات f عند طرفي مجال تعريفها .

2-عبر عن $f'(x)$ بدلالة $h(x)$ ، استنتج تغيرات f ثم شكل جدول التغيرات.

3- بين أن : $f(\alpha)=\frac{1}{2\alpha^2}$ ثم عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

4- عين معادلة المماس (Δ) للمنحني (c_f) الممثل للدالة f عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$

5- أرسم (c_f) و (Δ)

III - ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x^3+2mx^2+x+2m=2\ln x$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $(\bar{z}+\sqrt{3}+3i)(\bar{z}^{2}-6\bar{z}+12)=0.....(1)$ ،حيث $\bar{z}$ هو مرافق z

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن النقط A ، B ، C التي لواحقها :

$$z_C=-\sqrt{3}+3i\,,\,z_B=3-i\sqrt{3},z_A=3+i\sqrt{3}$$

أ- اكتب الأعداد المركبة z_A, z_C و $\dfrac{z_C}{z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

ب- اكتب على الشكل الجبري العدد $L=(\frac{z_A}{2\sqrt{3}})^{1440}+i\,(\frac{z_B}{2\sqrt{3}})^{2019}$

3) لتكن D نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل ، بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان.

4) عين نسبة و زاوية التشابه المباشر S الذي مركزه $E(3-\sqrt{3},0)$ و يحول النقطة A الى C.

5) أ- بين أن النقط C,O,E,A تنتمي إلى دائرة واحدة (Γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ب- عين طبيعة و العناصر المميزة لـ (Γ') صورة (Γ) بالتحاكي الذي مركزه L و نسبته $-\sqrt{6}$

التمرين الثاني: (5 نقاط)

ينسب الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(A;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

B ،C ،D نقط من الفضاء حيث: $B(10;-8;2)$ ،$C(-1;-8;5)$ ،$D(14;4;8)$

1) أ) عين تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (AB) و (CD)

ب) تحقق أن المستقيمين (AB) و (CD) ليسا من نفس المستوي

2) نعتبر النقطة I من المستقيم (AB) ذات الفاصلة 5 و النقطة J من المستقيم (CD) ذات الفاصلة 4

أ- عين إحداثيات كلا من النقطتين I و J ثم استنتج المسافة IJ

ب- بين أن المستقيم (IJ) عمودي على كل من المستقيمين (AB) و (CD)

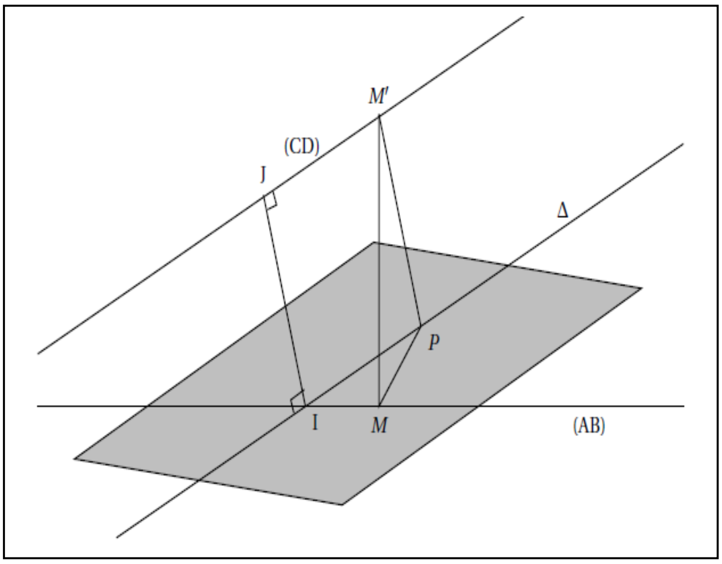
3) في الرسم المقابل :

مثلنا المستقيمين (AB) و (CD) و المستقيم (Δ) الذي يوازي (CD) و يمر بالنقطة I

نعتبر M نقطة من (AB) تختلف عن I

و M' نقطة من (CD) تختلف عن J

وليكن (Δ') المستقيم الذي يوازي (IJ) و يشمل M' يقطع (Δ)في نقطة وحيدة P



أ) برهن أن النقط I,D,C تعين مستويا

ب) بين أن كلا من المستقيمات (Δ) ، (Δ')و (IJ) تنتمي للمستوي (CDI).

ت) استنتج أن (Δ') يقطع (Δ)في نقطة وحيدة P.

ث) أثبت أن المثلث MPM' قائم في P.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الاول $u_0 = 6$ ومن اجل كل عدد طبيعي : $u_{n+1} = \frac{u_n + 12}{4}$

1/ – برهن بالتراجع انه من اجل عدد طبيعي n : $u_n > 4$

ب – بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، واستنتج أنها متقاربة

ج – عين نهاية المتتالية (u_n)

2/ – نعتبر المتتالية (t_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $t_n = u_n - 4$

أ – برهن أن المتتالية (t_n) هندسية معينا أساسها

ب – اكتب عبارة الحد العام t_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln(\frac{u_n - 4}{e})$

أ – برهن أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الاول

4) – أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ و $S'_n = u_0^2 + u_1^2 + ... + u_n^2$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = \frac{e^x + e^{-x} - 2}{2}$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) **ادرس تغيرات الدالة g و اكتب جدول تغيراتها**

2) **أ) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$**

ب) بين أن الدالة g زوجية و فسر النتيجة هندسيا

3) **لتكن النقطة $M(x_0, g(x_0))$ من (C_g) حيث $x_0 \succ 0$ ، و M' نظيرتها بالنسبة لمحور التراتيب**

و لتكن H المسقط العمودي للنقطة M على محور الفواصل

– تحقق أن $HM = MM'$ تكافئ : $e^{x_0} + e^{-x_0} - 4x_0 - 2 = 0$

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $[0;+\infty[$ بـ : $f(x) = e^x + e^{-x} - 4x - 2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) **أ) تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f(x) = x\left(\frac{e^x}{x} - 4\right) + e^{-x} - 2$**

ب) احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

ج) احسب $f'(x)$ ثم تحقق أن $f'(x) = 0$ تكافئ : (1) ... $\left(e^x\right)^2 - 4e^x - 1 = 0$

- حل في $[0;+\infty[$ المعادلة (1) ثم استنتج إشارة $f'(x)$

2) اكتب جدول تغيرات الدالة f ثم بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا موجب تماما نرمز له α

- تحقق أن $2{,}4 \prec \alpha \prec 2{,}5$

3) تحقق أن (C_f) و (C_g) يتقاطعان في النقطة O مبدأ المعلم

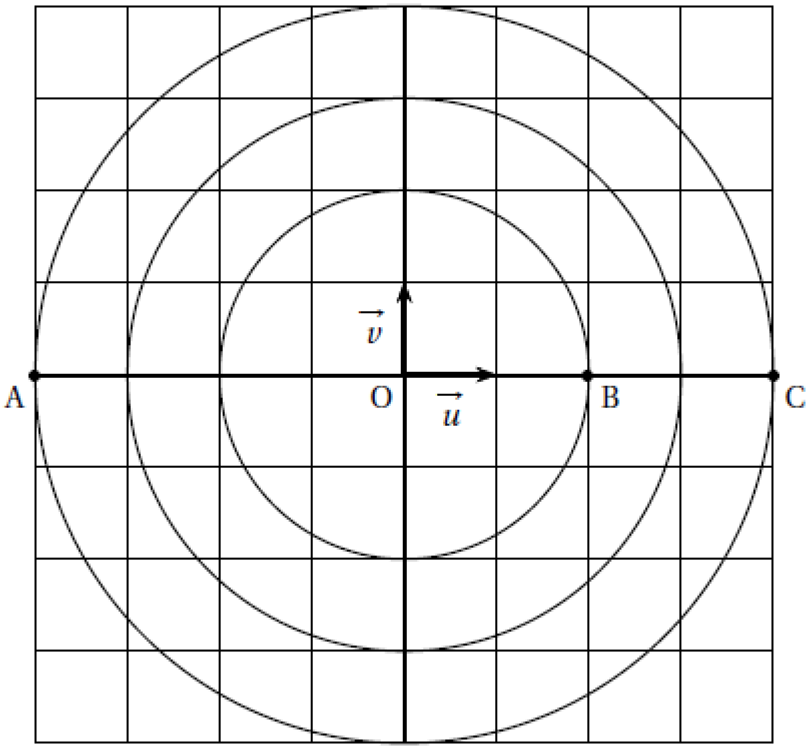
ارسم (C_f) و (C_g) في نفس المعلم (نقبل أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $g(x) \succ f(x)$)

4) **احسب مساحة الحيز المستوي المحصور بين (C_f) و (C_g) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = 2$**

الملحق (1) (الموضوع الأول)

:

التمرين الأول:



التمرين الثالث:

ملاحظة : يعاد مع ورقة الاجابة في حالة اختيار الموضوع الأول)