

## الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

السنة الدراسية: 2019/2018  
المستوى: السنة الثالثة ثانوي  
الشعبة: علوم تجريبية  
المدة: 03 ساعات و 30 دقيقة

وزارة الدفاع الوطني  
أركان الجيش الوطني الشعبي  
دائرة الاستعمال والتحضير  
مديرية مدارس أشبال الأمة

### امتحان بكالوريا تجربي في مادة الرياضيات

#### على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين: الموضوع الأول

##### التمرين الأول : (05 نقاط)

نعتبر  $P(z)$  كثير حدود لمتغير مركب  $z$  حيث :  $P(z) = z^3 - (4+3i)z^2 + (13+12i)z - 39i$  .  
(1) أ) بين أن المعادلة  $P(z) = 0$  تقبل حلاً تخيلياً صرفاً يطلب تعيينه .

ب) عين الأعداد الحقيقية  $a$  ،  $b$  و  $c$  بحيث يكون من أجل كل عدد مركب  $z$  :  $P(z) = (z-3i)(az^2 + bz + c)$  .  
ج) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول المركب  $z$  التالية :  $P(z) = 0$  .  
2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  .

نعتبر أربع نقط  $A, B, C, D$  من المستوي لواحقها على الترتيب :  $z_A = 3i$  ،  $z_B = \bar{z}_A$  ،  $z_C = 2-3i$  و  $z_D = i$  .  
أ) أكتب العبارة المركبة للنشابه المباشر  $S$  الذي مركزه  $B$  و يحول  $C$  إلى  $A$  .  
ب) استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  ثم أحسب مساحته .  
ج) لتكن النقطة  $E$  صورة  $A$  بالتحويل  $S$  ، استنتج مساحة المثلث  $ABE$  .

3) أ) أحسب العدد  $\frac{z_A - z_B}{z_D - z_B}$  ، ثم استنتج أن صورة  $A$  بتحويل نقطي  $f$  يطلب تعيين طبيعته و عناصره المميزة .  
ب) عين طبيعة التحويل  $f \circ S$  و عناصره المميزة ( الرمز  $\theta$  يدل على عملية تركيب التحويلات النقطية) .  
4) لتكن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  حيث :  $z = z_A + 6e^{i\theta}$  ،  $\theta \in \mathbb{R}$  .  
أ) تحقق أن  $B$  تنتمي إلى  $(\Gamma)$  .  
ب) عين المجموعة  $(\Gamma)$  .

##### التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $u_0 = 2$  و  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$  .

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \leq n + 3$  .  
ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .

ج) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  محدودة من الأسفل . هل هي متقاربة ؟ برّر .

2) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :  $v_n = u_n - n$  .

أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأول .

ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

ج) أحسب المجموع :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  .

- (3) نعتبر المتتالية  $(t_n)$  المعرفة بـ :  $t_n = \ln(v_n)$   
 (أ) برهن أنّ المتتالية  $(t_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأوّل .  
 (ب) أحسب المجموع :  $S'_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n$ .

#### التمرين الثالث: (04 نقاط)

- يحتوي وعاء على  $n$  كرة بيضاء، 5 كرات حمراء و 3 خضراء، نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.  
 (1) ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟  
 (2) نرمز بـ  $P(n)$  إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون .

(أ) أثبت أنّ :  $P(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)}$

(ب) أحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n)$  ثم فسّر النتيجة .

- (3) نضع  $n = 4$  يقوم لاعب بسحب كرتين من الوعاء في آن واحد ثم يرجعهما و يسحب كرتين أخريين لإجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مبلغا قدره 30 ديناراً و بعد كلّ سحب يتحصّل على 40 دينار إذا كانت الكرتان من نفس اللون، وإلا يتحصّل على 5 دنانير فقط.

- ليكن  $X$  المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحبين ربح هذا اللاعب .  
 (أ) عيّن قيم المتغيّر العشوائي  $X$  .  
 (ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي  $X$  .  
 (ج) أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  للمتغيّر العشوائي  $X$  .

#### التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأوّل :  $g$  دالة عددية معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $g(x) = x^2 + 2 \ln x$

- (1) أدرس تغيّرات الدالة  $g$  .  
 (2) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $0,75 < \alpha < 0,76$  .  
 (3) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

- نسّمى  $(C_f)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .  
 (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  .

(ب) بيّن أنّ المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة :  $y = -x + 1$  مقارب للمنحني  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$ ، ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  .

(2) (أ) أثبت أنّه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$  .

(ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$  و شكّل جدول تغيّراتها .

(3) (أ) بيّن أنّ المنحني  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب كتابة معادلة له .

(ب) أثبت أنّ :  $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$  و استنتج حصر  $f(\alpha)$  .

(ج) أحسب  $f(2)$  و  $f(3)$  ثم أرسم المستقيمين  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و المنحني  $(C_f)$  في المعلم السّابق.

(4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد حلول المعادلة :  $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m$  .

(5)  $\lambda$  عدد حقيقي أكبر تماما من 1 .

أ) أحسب  $A(\lambda)$  مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيمت التي معادلاتها:  $x=1$  ،  $x=\lambda$  و  $y=-x+1$  .  
 ب) عيّن قيمة  $\lambda$  بحيث يكون :  $A(\lambda) = \ln \lambda^3$  .

**الجزء الثالث :**  $a$  عدد حقيقي موجب تماما ،  $f_a$  دالة معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  :  $f_a(x) = 1 - x + \frac{a}{x}(1 + \ln x)$

و ليكن  $(C_a)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  .

1) أثبت أنّ جميع المنحنيات  $(C_a)$  تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين احداثيها .

2) نعتبر النقط :  $A\left(-2; \frac{4}{a}\right)$  ،  $B\left(1; \frac{2 \ln a}{a}\right)$  و  $C(-2a; 2a-2)$  ، ولتكن النقطة  $G_a$  مرجح الجملة المثقلة :

$$\{(A;1), (B;2), (C;-1)\}$$

أ) عيّن بدلالة  $a$  احداثي النقطة  $G_a$  .

ب) استنتج مجموعة النقط  $G_a$  عندما يسمح العدد  $a$  المجموعة  $\mathbb{R}_+^*$  .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{u}, \vec{v})$ . نعتبر النقط  $A, B, C$  التي لواحقها على الترتيب  $Z_C = 4$  و  $Z_B = \sqrt{3} - i, Z_A = 1 + i$ .

(1) أكتب الأعداد المركبة  $Z_A$  و  $Z_B$  و  $\frac{Z_A}{Z_B}$  على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسّي.

(ب) أكتب العدد المركب  $\frac{Z_A}{Z_B}$  على شكله الجبري ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من  $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$  و  $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ .

(2) أوجد قيمة العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون:  $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^n = \frac{1}{8}(1 - i\sqrt{3})$  ثم أحسب  $\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right)^8$ .

(3) ليكن التحويل النقطي  $S$  الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاقطة  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاقطة  $z'$  حيث:

$$z' = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\frac{5\pi}{12}} z$$

عين طبيعة التحويل النقطي  $S$  ومع تحديد عناصره المميزة.

(4) أوجد المجموعة  $(\Gamma_1)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث  $Z = Z_C + 2e^{i\theta}$  لما تتغير في  $\mathbb{R}$ .

(ب) أوجد المجموعة  $(\Gamma_2)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث  $\text{Arg}(z - z_c) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$  مع  $k \in \mathbb{Z}$ .

(5) أوجد المجموعة  $(\Gamma)$  صورة  $(\Gamma_1)$  بالتحويل النقطي  $S$  محددًا عناصرها المميزة.

### التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1، 1، 3 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2، و خمس خضراء تحمل الأرقام: 1، 2، 2، 2، 3.

نسحب في آن واحد كرتين من هذا الكيس.

(1) نعتبر الحادثتين:  $A$ : " سحب كرتين من نفس اللون " و  $B$ : " سحب كرة خضراء على الأقل ".

(أ) أحسب احتمال الحوادث التالية:  $A$ ،  $B$ ، و  $A \cap B$ .

(ب) هل الحادثتين:  $A$  و  $B$  مستقلتان؟

(2) نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  و أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$ .

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

1)  $f$  دالة عددية معرفة على  $[-1; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = x - \ln(x+2)$ .

(أ) أدرس تغيرات الدالة  $f$ .

(2)  $(u_n)$  متتالية معرفة كما يلي:  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

(أ) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \geq -1$ .

(ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

جـ) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة واحسب نهايتها.

3)  $(v_n)$  متتالية معرفة كما يلي:  $v_0 = 0$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$v_n = \ln[(u_0 + 2) \times (u_1 + 2) \times \dots \times (u_{n-1} + 2)]$$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = 3 - u_n$  .

ب) استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} [(u_0 + 2) \times (u_1 + 2) \times \dots \times (u_{n-1} + 2)]$

التمرين الرابع: ( 07 نقاط)

فدالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = 2e \cdot e^{-\frac{x}{2}} - e^{-x}$  .

و  $(C)$  تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}; \vec{j})$  .

1) أدرس تغيرات الدالة  $f$  ( لاحظ أن  $f(x) = e^{-\frac{x}{2}} \left( 2e - e^{-\frac{x}{2}} \right)$  )

2) أثبت أن  $(C)$  يقبل نقطة انعطاف .

3) أكتب معادلة المماس  $(D)$  للمنحنى  $(C)$  عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) عين احداثيي نقطة تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامل محور الفواصل .

5) أرسم المماس  $(D)$  ثم المنحنى  $(C)$  .

6)  $\lambda$  عدد حقيقي أكبر تماما من -2 .

أ) أحسب  $S(\lambda)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C)$  و المستقيمت التي معادلاتها:  $x = -2$  ،

$x = \lambda$  و  $y = 0$  .

ب) عين قيمة  $\lambda$  التي من أجلها يكون  $S(\lambda) = 2e + 1$  .

جـ) أحسب  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$  .

7) ناقش بيانا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f(x) = m^2$  .

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

السنة الدراسية: 2019/2018

المستوى: السنة الثالثة ثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

دائرة الاستعمال والتحضير

مديرية مدارس أشبال الأمة

امتحان بكالوريا تجربي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الأول

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
كاملة	مجزأة		
05 ن		<p>أ- إذا كانت المعادلة <math>P(z) = 0</math> تقبل حلاً تخيلياً صرفاً فهو من الشكل <math>z = ai</math> حيث <math>a \in \mathbb{R}^*</math></p> <p><math>P(ai) = 0</math> يكافئ <math>(4a^2 - 12a) + (-a^3 + 3a^2 + 13a - 39)i = 0</math></p> <p>يكافئ <math>\begin{cases} 4a^2 - 12a = 0 \\ -a^3 + 3a^2 + 13a - 39 = 0 \end{cases}</math> و منه <math>a = 3</math> إذن <math>\begin{cases} a = 0a = 3 \\ -a^3 + 3a^2 + 13a - 39 = 0 \end{cases}</math></p> <p>فعلا المعادلة تقبل حلاً تخيلياً صرفاً هو <math>z = 3i</math></p> <p>ب- تعيين الأعداد الحقيقية <math>a, b, c</math> بحيث:</p> <p><math>P(z) = (z - 3i)(az^2 + bz + c)</math></p> <p>باستعمال إحدى الطرق المعروفة نجد: <math>a = 1, b = -4, c = 13</math> و عليه</p> <p><math>P(z) = (z - 3i)(z^2 - 4z + 13)</math></p> <p>ج- حل في <math>\mathbb{C}</math> المعادلة <math>P(z) = 0</math></p> <p>تكافئ <math>z = 3i</math> أو <math>z^2 - 4z + 13 = 0</math> ، <math>\Delta' = (3i)^2</math> و عليه الحلان الآخران هما <math>z = 2 + 3i</math> أو <math>z = 2 - 3i</math></p> <p>و منه <math>S = \{3i; 2 - 3i; 2 + 3i\}</math></p> <p>أ- العبارة المركبة للتشابه المباشر <math>S</math> الذي مركزه <math>B</math> و يحول <math>C</math> إلى <math>A</math> هي:</p> <p><math>z' = 3iz - 9 - 3i</math></p> <p>ب- إستنتاج طبيعة المثلث <math>ABC</math>:</p> <p>في <math>B</math> ، <math>\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_B - z_C}\right) = \arg(3i) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi</math> و <math>\left \frac{z_B - z_A}{z_B - z_C}\right  = 3</math> ، <math>k \in \mathbb{Z}</math> و منه <math>ABC</math> قائم</p> <p>مساحته: <math>S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot  z_C - z_B ^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot  z_C - z_B ^2 = 6ua</math> حيث <math>k = 3</math> هي نسبة التشابه <math>S</math></p> <p>ج- صورة <math>A</math> و <math>E</math> صورة <math>A</math> إذن مساحة المثلث <math>ABE</math> هي</p> <p><math>S_{ABE} = 3^2 \cdot S_{ABC} = 54ua</math>:</p> <p>(3) أ) لدينا <math>\frac{z_A - z_B}{z_D - z_B} = \frac{3}{2}</math></p>	التمرين الأول
	0.5		
	0.75		
	0.5		
	0.5		
	0.25		
	0.25		
	0.5		

04 ن	0.25	<p>إذن <math>A</math> صورة <math>D</math> بواسطة تحاكي مركزه <math>B</math> و نسبته <math>k' = \frac{3}{2}</math></p>	التمرين الثاني
	0.25	<p>ب- طبيعة التحويل <math>foS</math> وعناصره المميزة: <math>foS</math> تشابه مباشر مركزه <math>B</math>،</p>	
	0.75	<p>نسبته <math>\frac{\pi}{2} + 2k\pi</math> و زاويته <math>k \times k' = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2}</math></p>	
	0.25	<p>4) أ- التحقق أن <math>B</math> تنتمي إلى <math>(\Gamma)</math>: لاحقة <math>B</math> تحقق العلاقة <math>z_B = z_A + 6e^{-i\frac{\pi}{2}}</math>، إذن <math>B \in (\Gamma)</math></p>	
	0.25	<p>ب- تعيين المجموعة <math>(\Gamma)</math>: دائرة مركزها <math>A</math> و نصف قطرها 6.</p>	
	0.25	<p>أ- برهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي <math>n: u_n \leq n+3</math></p>	
	0.25	<p>نتحقق من صحة الخاصية من أجل <math>n=0</math>، <math>u_0 \leq 0+3</math>، صحيحه لأن <math>u_0 = 2</math></p>	
	0.25	<p>نفرض صحة الخاصية من أجل <math>n</math> أي <math>u_n \leq n+3</math></p>	
	0.25	<p>نبرهن صحة الخاصية من أجل <math>n+1</math>، أي <math>u_{n+1} \leq n+4</math>:</p>	
	0.25	<p>لدينا <math>u_n \leq n+3</math> (الفرضية) و عليه <math>\frac{2}{3}u_n \leq \frac{2}{3}n+2</math> و منه <math>\frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n+1 \leq n+3</math></p>	
0.5	<p>أي <math>u_{n+1} \leq n+4</math> ما يستلزم أن <math>u_{n+1} \leq n+3</math> الخاصية صحيحة من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math>.</p>		
0.5	<p>ب- اتجاه تغير <math>(u_n)</math>: ندرس إشارة الفرق <math>u_{n+1} - u_n</math></p>		
0.5	<p><math>u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{3}u_n + \frac{1}{3}n+1 = -\frac{1}{3}(u_n - (n+3))</math></p>		
0.5	<p>و عليه <math>u_{n+1} - u_n \geq 0</math> و <math>(u_n)</math> متزايدة</p>		
0.5	<p>ج- <math>(u_n)</math> متزايدة و حدّها الأول <math>u_0 = 2</math> إذن هي محدودة من الأسفل بـ 2.</p>		
0.5	<p><math>(u_n)</math> غير متقاربة لأنها ليست محدودة من الأعلى</p>		
0.5	<p>2) أ- إثبات أن <math>(v_n)</math> هندسية أساسها <math>q</math>، معناه من أجل كل عدد</p>		
0.25	<p>طبيعي <math>n: v_{n+1} = v_n \times q</math></p>		
0.25	<p>و <math>v_{n+1} = u_{n+1} - n - 1 = \frac{2}{3}(u_n - n) = \frac{2}{3}v_n</math></p>		
0.25	<p>حدّها الأول <math>v_0 = 2</math></p>		
0.75	<p>ب- عبارة <math>v_n</math> ثم <math>u_n</math> بدلالة <math>n</math>: <math>v_n = 2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n = \frac{2^{n+1}}{3^n}</math> و منه <math>u_n = v_n + n = \frac{2^{n+1}}{3^n} + n</math></p>		
0.75	<p>ج- حساب المجموع: <math>S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n</math></p>		
0.25	<p><math>S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n + 1 + 2 + \dots + n = \frac{n^2 + n + 12}{2} - \frac{2^{n+2}}{3^n}</math></p>		
0.25	<p>3) أ- <math>(t_n)</math> متتالية حسابية أساسها <math>r</math> معناه من أجل كل عدد طبيعي <math>n: t_{n+1} = t_n + r</math></p>		
0.25	<p>فعلا <math>(t_n)</math> متتالية حسابية أساسها <math>\frac{2}{3}</math> و حدّها</p>		
0.25	<p>الأول <math>v_0 = \ln 2</math></p>		
0.25	<p>ب- حساب المجموع <math>S'_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n</math></p>		
0.25	<p><math>S'_n = \frac{n+1}{2} \ln \frac{2^{n+2}}{3^n}</math></p>		

0.5

حساب احتمال الحصول على كرتين بيضاوين :  $P_B = \frac{C_n^2}{C_{n+8}^2} = \frac{(n-1)n}{(n+7)(n+8)}$

0.25

أ- إثبات أن :  $P(n) = \frac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)}$

$$P(n) = \frac{C_n^2 + C_3^2 + C_5^2}{C_{n+8}^2} = \frac{n^2 - n + 26}{(n+7)(n+8)}$$

ب- حساب  $\lim_{n \rightarrow \infty} P(n)$  وتفسير النتيجة :

0.5

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(n) = 1$$

التفسير : كلما زاد عدد الكرات البيضاء زاد احتمال سحب كرتين من نفس اللون (بيضاوين) حتى تصبح الحادثة شبه أكيدة

0.75

3) أ- قيم المتغير العشوائي :  $X \in \{-20, 15, 50\}$

ب- قانون احتمال  $X$  :

0.25

$X = X_i$	-20	15	50
$P(X = X_i)$	$\frac{2209}{4356}$	$\frac{1786}{4356}$	$\frac{361}{4356}$

0.25

ج- الأمل الرياضي  $E(X)$  :

$$E(X) = -20 \times \frac{2209}{4356} + 15 \times \frac{1786}{4356} + 50 \times \frac{361}{4356} = \frac{5}{33}$$

0.75

0.75

الجزء الأول :

تغيرات الدالة  $g$  :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$$

0.75

$g'(x) = \frac{2x^2 + 2}{x}$  ، لاحظ أن  $g'(x) > 0$  على  $]0; +\infty[$  وعليه فإن  $g$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$

إثبات أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0.75 < \alpha < 0.76$

$g$  مستمرة و متزايدة تماما على  $]0.75; 0.76[$  و  $g(0.75) \times g(0.76) < 0$  لأن

0.25

$$\left\{ \begin{array}{l} g(0.75) = -0.012 \\ g(0.76) = 0.028 \end{array} \right. \text{ إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة } g(x) = 0 \text{ تقبل}$$

0.25

حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0.75 < \alpha < 0.76$

إشارة  $g(x)$  :  $g(x) < 0$  من أجل  $x \in ]0; \alpha[$  و  $g(x) > 0$  من أجل  $x \in ]\alpha; +\infty[$

الجزء الثاني :

أ- أحساب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$$

ب- لدينا  $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

0.5

و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2}{x}(1 + \ln x) = 0$  ، إذن  $y = 1 - x$  :  $(\Delta)$  مقارب لـ  $(C_f)$  في جوار  $+\infty$ .

0.25

التمرين  
الثالث

التمرين  
الرابع

04 ن

07 ن



• الوضع النسبي لـ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$

0.25

$x$	0			$+\infty$
$f(x)-y$	-	0		+
الوضعية	$(C_f)$	يقطع $(\Delta)$ في $(C_f)$		$(C_f)$
	يقع تحت $(\Delta)$			يقع فوق $(\Delta)$
		$\left(\frac{1}{e}; \frac{e-1}{e}\right)$		

0.25

0.5

أ- إثبات أن  $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$   
 ب- إشارة  $f'(x)$  عكس إشارة  $g(x)$  ، إذن  $f$  متزايدة تماما على  $]0; \alpha]$  و متناقصة تماما على  $[\alpha; +\infty[$   
 جدول تغيرات  $f$  :

0.25

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$			- 0 +
$f(x)$		$f(\alpha)$	
			$-\infty$

0.25

3) أ- تبين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  و كتابة معادلة له:  
 $(\Delta) // (T)$  يكافئ  $f'(x) = -1$  و منه  $x = 1$  ، فعلا يوجد مماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  في النقطة  $P(1; 2)$  يوازي  $(\Delta)$  .

0.25

معادلة له :  $y = -x + 3$   
 ب- التحقق من أن  $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$   
 • استنتاج حصر  $f(\alpha)$  : باستعمال قواعد الحصر نجد :  $2.11 < f(\alpha) < 2.17$

0.25

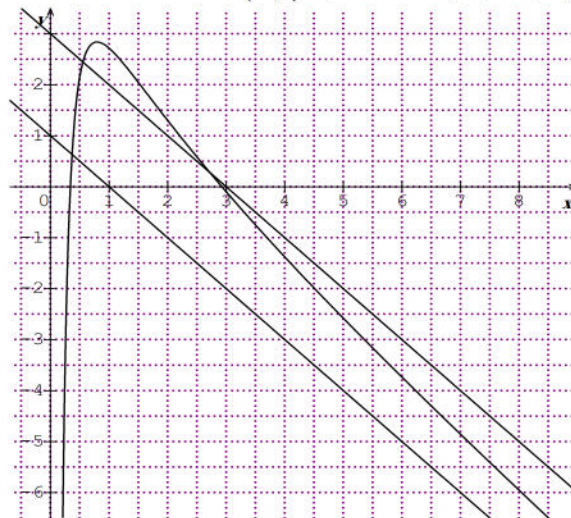
0.25

0.25

0.25

0.25

01 ن



المناقشة البيانية :

		<p>المعادلة <math>\frac{2}{x}(1+\ln x) = m</math> تكافئ <math>f(x) = -x + m + 1</math></p> <p>حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحني <math>(C_f)</math> مع المستقيم <math>(\Delta_m)</math> الذي معادلته <math>y = -x + m + 1</math> والموازي لـ <math>(T)</math> و <math>(\Delta)</math>.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• من أجل <math>m \in ]-\infty; 0]</math> ، المعادلة تقبل حلا وحيدا</li> <li>• من أجل <math>m \in ]0; 2[</math> ، المعادلة تقبل حلين متميزين</li> <li>• من أجل <math>m = 2</math> ، المعادلة تقبل حلا مضاعفا</li> <li>• من أجل <math>m \in ]2; +\infty[</math> ، المعادلة لا تقبل حلا</li> </ul> <p>أ- حساب المساحة</p> <p><math>A(\lambda) = \int_1^\lambda \frac{2}{x}(1+\ln x) dx = 2 \ln \lambda + (\ln \lambda)^2 = [(2 + \ln \lambda) \ln \lambda] ua :</math></p> <p>ب- تعيين <math>\lambda</math> حيث <math>A(\lambda) = \ln \lambda^3</math></p> <p>المعادلة تكافئ <math>\ln \lambda = 0</math> أو <math>\ln \lambda = 1</math> أي <math>\lambda = 1</math> و هو مرفوض أو <math>\lambda = e</math> و هو المناسب.</p> <p><b>الجزء الثالث :</b></p> <p>إثبات أن جميع المنحنيات <math>(C_a)</math> تشمل نقطة ثابتة :</p> <p>لتكن <math>M_0(x_0; y_0) \in (C_a) \cap (C_{a'})</math> معناه</p> $1 - x_0 + \frac{a}{x_0}(1 + \ln x_0) = 1 - x_0 + \frac{a'}{x_0}(1 + \ln x_0)$ $\frac{a - a'}{x_0}(1 + \ln x_0) = 0$ <p>و عليه <math>1 + \ln x_0 = 0</math> و منه <math>x_0 = \frac{1}{e}</math></p> <p>فعلا جميع المنحنيات <math>(C_a)</math> تشترك في النقطة الثابتة <math>H\left(\frac{1}{e}; \frac{e-1}{e}\right)</math></p> <p>أ- إحداثيا النقطة <math>G_a</math></p> $G_a\left(a; 1 - a + \frac{2}{a}(1 + \ln a)\right)$ <p>ب- مجموعة النقط <math>G_a</math> لما يسمح العدد <math>a</math> المجموعة <math>\mathbb{R}_+^*</math> هي المنحني <math>(C_f)</math>.</p>	
0.5			
0.25			
0.25			
0.25			
0.25			
0.25			
0.25			

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

السنة الدراسية: 2019/2018

المستوى: السنة الثالثة ثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

وزارة الدفاع الوطني

أركان الجيش الوطني الشعبي

دائرة الاستعمال والتحصير

مديرية مدارس أشبال الأمة

امتحان بكالوريا تجربي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
كاملة	مجزأة		
05 ن		$z_A = \sqrt{2} \left( \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right) \text{ أ - 1}$ $z_B = 2 \left( \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) \right)$ $\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) \right)$ <p>ومنه <math>z_A = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}</math> و <math>z_B = 2e^{i(-\frac{\pi}{6})}</math> و <math>\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i(\frac{5\pi}{12})}</math></p>	التمرين الأول
	0.25		
	0.25		
	0.25		
	0.75		
	0.25	$\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt{3}-1}{4} + i \frac{\sqrt{3}+1}{4} \text{ ب -}$ <p>ومنه</p> $\begin{cases} \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \\ \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} \end{cases} \text{ ج .}$	
	0.5	<p>2 - نعلم ان <math>\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n \left(\cos\left(\frac{5n\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{5n\pi}{12}\right)\right)</math> (مع <math>n \in \mathbb{N}</math>)</p> <p>و لدينا <math>\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i) = \frac{1}{4} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)</math> (مع <math>n \in \mathbb{N}</math>)</p> $(n \in \mathbb{N}) \begin{cases} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n = \frac{1}{4} \\ \frac{5n\pi}{12} = -\frac{\pi}{3} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z}) \end{cases} \text{ معناه}$ <p style="text-align: right;"><math>n = 4</math> معناه</p>	
	0.5	$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8 = \left(\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^4\right)^2 = \left(\frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i)\right)^2 = \left(\frac{1}{4} \left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)\right)^2$ <p>و لدينا</p>	

$$= \frac{1}{16} \left( \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \right) = \frac{1}{16} \left( -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = -\frac{1}{32} (1 + \sqrt{3}i)$$

0.25

3 -  $s$  هو تشابه مباشر مركزه  $0$  ونسبته  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  وزاويته  $\frac{5\pi}{12}$ .

0.5

4 - أ -  $(\Gamma_1)$  هي الدائرة ذات المركز  $c$  ونصف القطر  $2$ .

0.5

ب -  $(\Gamma_2)$  هي نصف المستقيم الذي مبدؤه  $c$  و  $\vec{\omega}$  شعاع توجيه له مع

$$(\vec{u}, \vec{\omega}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi (k \in \mathbb{Z}) \text{ باستثناء النقطة } c$$

0.5

5 - صورة  $(\Gamma_1)$  بالتحويل  $s$  هي الدائرة ذات نصف القطر  $\sqrt{2}$  والمركز  $c'$  ذات الاحقة  $z_{c'}$  حيث

$$z_{c'} = s(c) = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{i\left(\frac{5\pi}{12}\right)} (4) = 2\sqrt{2} e^{i\left(\frac{5\pi}{12}\right)} = \sqrt{3} - 1 + i(\sqrt{3} + 1)$$

0.5

أي  $c'(\sqrt{3} - 1, \sqrt{3} + 1)$

04 ن

0.5

$$P(A) = \frac{C_3^2 + C_4^2 + C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{19}{66} \text{ أ. 1}$$

$$P(B) = \frac{C_5^1 \times C_7^1 + C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{15}{22}$$

0.5

$$P(A \cap B) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{5}{33}$$

0.5

ب. بما أن:  $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$

فإن الحادثتان  $A$  و  $B$  غير مستقلتان .

0.5

2. المتغير العشوائي  $X$  قيمه

$$X = \{2; 3; 4; 5; 6\}$$

0.25

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  هو :

قانون الاحتمال للمتغير العشوائي

$X = x_i$	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{6}{66}$	$\frac{24}{66}$	$\frac{23}{66}$	$\frac{12}{66}$	$\frac{1}{66}$

1.25

الأمل الرياضياتي :

$$E(X) = 2 \frac{1}{11} + 3 \frac{4}{11} + 4 \frac{23}{66} + 5 \frac{2}{11} + 6 \frac{1}{66} = \frac{242}{66} = \frac{11}{3}$$

0.5

04 ن

0.5

$$f'(x) = \frac{x+1}{x+2} (1) \text{ و } f'(x) > 0 \text{ مع } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -1 \text{ من أجل } x > 0$$

0.5

(2) أ)  $u_0 > -1$  و  $u_n > -1$  فإن  $f(u_n) > -1$ .

0.5

ب)  $u_{n+1} - u_n \leq 0$ .

0.5

ج) محدودة من الأسفل و متناقصة فهي متقاربة.

0.5

التمرين  
الثاني

التمرين  
الثالث

$\lim u_n = \ell$  حل المعادلة  $f(\ell) = \ell$  .....  $\ell = -1$

$v_n = 3 - u_n$  (3)

$\lim(u_0 + 2) \times \dots \times (u_{n-1} + 2) = \lim e^{v_n} = e^4$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$   $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  (1)

$f'(x) = -ee^{-\frac{x}{2}} + e^{-x} = e^{-\frac{x}{2}} \left( e^{-\frac{x}{2}} - e \right)$

$x$	$-\infty$	$-2$	$+\infty$
$f'(x)$		$+$ $\circ$	$-$
$f(x)$	$-\infty$	$e^2$	$0$

$f''(x) = e^{-\frac{x}{2}} \left( \frac{e}{2} - e^{-\frac{x}{2}} \right)$  (2)

$x$	$-\infty$	$2 \ln 2 - 2$	$+\infty$
$f''(x)$		$\circ$	$-$

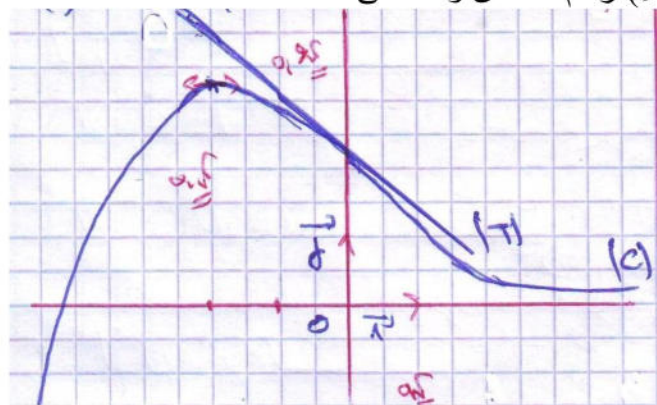
النقطة  $A(2 \ln 2 - 2, f(2 \ln 2 - 2))$  ، نقطة إنعطاف.

(3) معادلة المماس  $(T)$  .

$(T): y = (1 - e)x + 2e - 1$

(4) نقطة تقاطع المنحنى مع محور الفواصل

(5) رسم المماس والمنحنى



(6) (أ)

$S_\lambda = \int_{-2}^\lambda f(x) dx = \left[ -4ee^{-\frac{x}{2}} \right]_{-2}^\lambda + \left[ e^{-x} \right]_{-2}^\lambda = \left( -4ee^{-\frac{\lambda}{2}} + e^{-\frac{\lambda}{2}} + 3e^2 \right)$

$S_\lambda = 2e + 1$  ua

$-4ee^{-\frac{\lambda}{2}} + e^{-\frac{\lambda}{2}} + 3e^2 = 2e + 1$  (ب)

التمرين  
الرابع

07 ن

0.5

0.5

01

0.5

0.5

0.5

0.5

0.25

0.25

0.25

0.25

01

0.75

$$\left(e^{-\frac{\lambda}{2}}\right)^2 - 4e\left(e^{-\frac{\lambda}{2}}\right) + 3e^2 - 2e - 1 = 0$$

نضع  $t = e^{-\frac{\lambda}{2}}$  مع  $t > 0$

$$t^2 - 4et + 3e^2 - 2e - 1 = 0$$

$$t_2 = \frac{4e - 2e - 2}{2} \quad t_1 = \frac{4e + 2e + 2}{2}$$

$$= e - \frac{1}{2} = 3e + 1$$

$$-\frac{\lambda}{2} = \ln(3e + 1)$$

$$\lambda = -2 \ln(3e + 1)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda) = 3e^2 \quad \text{(ج)}$$

(7) المناقشة البيانية

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{المعادلة تقبل وحيد} : m = 0 \Leftrightarrow m^2 = 0 \\ \text{المعادلة تقبل حطين مختلفين} : 0 < m^2 < e \\ \text{المعادلة تقبل حل مضاعف} : m = -e \text{ أو } m = e \Leftrightarrow m^2 = e \\ \text{المعادل لا تقبل حل} : m < -em \text{ أو } m^2 > e^2 \end{array} \right.$$

01  
0.25

01