



نوفمبر 2019

المستوى: الثالثة ثانوي تسيير و اقتصاد

المدة: 2 سا

الفرض الأول في مادة الرياضيات

**التمرين الأول:** بلغ عدد زبائن أحد مستوردي السيارات 1000 زبون خلال سنة 1999.

لاحظ المستورد في السنة الموالية انخفاض بنسبة 60% من زبائنه وأضيف إليهم بفضل الإشهار 630 زبون جديد.

نفرض أن تطور الزبائن يتواصل بنفس الكيفية السابقة خلال السنوات العشر الموالية نرمز بـ  $U_n$  إلى عدد الزبائن خلال السنة  $n + 1999$  حيث  $n$  عدد طبيعي.(1) ما هي قيمة  $U_0$ ؟ أحسب  $U_1$  و  $U_2$ .(2) عبر عن  $U_{n+1}$  بدلالة  $U_n$ .(3) نعتبر المتتالية  $(V_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ  $V_n = U_n - 1050$ .(أ) أحسب  $V_0$  و  $V_1$  و  $V_2$  ثم خمن طبيعة المتتالية  $(V_n)$ .(ب) بين أن المتتالية  $(V_n)$  هندسية، يطلب تحديد حدّها الأول وأساسها  $q$ .(ج) عبر بدلالة  $n$  عن  $V_n$  ثم استنتج عباره  $U_n$  بدلالة  $n$ .

(4) هل ممكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون؟

(5) (أ) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $U_n \leq 1050$ (ب) برهن أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما.(ج) ماذا تستنتج بالنسبة إلى تقارب المتتالية  $(U_n)$ .**التمرين الثاني:**  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = x^3 + 3x^2 - 5$ 1- أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و عند  $+\infty$ .2- أحسب  $f'(x)$  الدالة المشتقه للدالة  $f$  ثم استنتاج اتجاه تغير  $f$ .3- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .4- برهن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلًا وحيدا  $\alpha$  حيث:  $1,1 < \alpha < 1,2$ .

## التصحيح التموذجي

		التمرين الأول:
		-1
1	$u_0 = 1000$	
1	$u_1 = u_0 - \frac{60}{100}$ ، $u_0 + 630 = 0,4 \times u_0 + 630 = 1030$	
1	$u_2 = 0,4 \times u_1 + 630 = 1042$	
		-2
1	$u_{n+1} = 0,4 \times u_n + 630$	
1,5	$V_0 = u_0 - 1050 = -50$ $V_1 = u_1 - 1050 = -20$ $V_2 = u_2 - 1050 = -8$	أ -3
		ب
1	$V_{n+1} = u_{n+1} - 1050$ = $0,4 \times U_n + 630 - 1050$ = $0,4 \times (V_n + 1050) + 630 - 1050$ = $0,4 \times V_n$	
0,5	وبه $(V_n)$ متالية هندسية أساسها $q = 0,4$ ووحدتها الأولى $= -50$	
1	$V_n = V_0 q^n$ = $(-50)(0,4)^n$	أ
1	$U_n = V_n + 1050 = (-50)(0,4)^n + 1050$	
1	$U_n = 1100$ $(-50)(0,4)^n + 1050 = 1100$ ومنه $(0,4)^n = 1$ مستحيلة لا يمكن بلوغ عدد زبائن هذا المستورد 1100 زبون	-4
1	$q(n) = U_n \leq 1050$ لدينا $U_0 = 1000$ و $1000 \leq 1050$ ومنه $q(0)$ صحيحة	-5
	فرضية التراجع : $U_{n+1} \leq 1050$ ونبرهن $U_n \leq 1050$ $0,4 U_n \leq 420$ ومنه $U_n \leq 1050$ $0,4 U_n + 630 \leq 1050$ أي $U_{n+1} \leq 1050$ وهو المطلوب	
		ب
1	$U_{n+1} - U_n = 0,4 U_n + 630 - U_n$ = $(-0,6) U_n + 630$ بما أن $1050 \geq -630$ فإن $n \leq 1050$ ومنه $(-0,6) U_n + 630 \geq 0$ أي $U_{n+1} - U_n \geq 0$ ومنه $(U_n)$ متزايدة تماما	

1	نستنتاج أن $U_n$ متزايدة تماماً ومحدودة من الأعلى بالعدد 1050 <b>التمرين الثاني:</b>															
0,5	$f(n) = x^3 + 3x^2 - 5$ $\lim f(n) = \lim n^3 = -\infty$ ( ) $x \rightarrow -\infty \quad x \rightarrow -\infty$ $\lim f(n) = \lim n^3 = +\infty$ $x \rightarrow +\infty \quad x \rightarrow +\infty$															
0,5	$f'(n) = 3x^2 + 6x$ $= 3x + (x + 2)$															
1																
1	$] -\infty ; -2 ]$ متزايدة تماماً على $f$ $[ 0 ; +\infty [$ وعلى ومتناقصة تماماً على $(-2 ; 0)$															
1	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>n</math></th> <th><math>-\infty</math></th> <th><math>-2</math></th> <th><math>0</math></th> <th><math>+\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f'(n)</math></td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td><math>f(n)</math></td> <td style="text-align: center;"><math>-\infty</math></td> <td style="text-align: center;">-1</td> <td style="text-align: center;">-5</td> <td style="text-align: center;"><math>+\infty</math></td> </tr> </tbody> </table>	$n$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$	$f'(n)$	+	-	-	+	$f(n)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$
$n$	$-\infty$	$-2$	$0$	$+\infty$												
$f'(n)$	+	-	-	+												
$f(n)$	$-\infty$	-1	-5	$+\infty$												
2	$f$ مستمرة ومتزايدة تماماً على $[ 0 ; +\infty [$ بالأخص على $(1,1 ; 1,2)$ $f(1,1) \approx -0,04$ $f(1,2) \approx -0,05$ ومنه حسب مبرهنة القيمة المتوسطة المعادلة $0 = f(\alpha)$ تقبل حل وحيداً $\alpha$ $1,1 < \alpha < 1,2$ حيث															

