المستوى: الثالثة ثانوي(تسيير واقتصاد) (3ASGE)	مارس 2017
إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات	المدة: 3س00

التمرين الاول(6ن)

(U_n)متتالية عددية معرّفة بحدها الأول $U_0=\alpha$ومن اجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1}=\frac{1}{3}U_n+\frac{4}{3}$

1)عين قيمة الحد الأول حتى تكون (U_n)ثابتة.

2)نضع $U_0=-1$.

ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n، $U_n\le 2$.

ب) عيّن اتجاه تغير المتتالية (U_n). ماذا تستنتج؟

3)نعتبر من اجل كل عدد طبيعي nالمتتالية (V_n)المعرفة كما يلي : $V_n=U_n-2$.

ا) اثبت ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين اساسها qوحدها الاول V_0.

ب)اكتب عبارة الحد العام V_nبدلالة nثم استنتج U_nبدلالة n.

ج)احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}V_n$ $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$ ثماستنتج

د)احسب بدلالة n المجموع $S'=U_0+U_1+.....+U_n$

التمرين الثاني (5ن)

$f(x)$ كثير حدود معرف على R حيث: $f(x)=x^3+2x^2-5x-6$

1) بين ان $\alpha=2$جذر لكثير الحدود $f(x)$.

2)عين الاعداد الحقيقية $a;b;c$حيث من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$.

3) حل في Rالمعادلة $f(x)=0$.

4) استنتج حلول المعادلة : $\ln^3 x+2\ln^2 x-5\ln x-6=0$.

حي قعلول –برج البحري– الجزائر
Web site : www.ets-salim.com /Fax023.94.83.37 -الفاكس : Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 :☎

التمرين الثالث(9ن)

1. لتكن الدالة العددية g ا لمعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+2-2\ln(x)$.
2. ادرس تغيرات الدالة g.
3. استنتج اشارة $g(x)$ تبعا لقيم x في المجال $]0,+\infty[$.

II – لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x+\frac{\ln(x)}{x}$

وليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$.

1. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من D_f لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$.
2. استنتج تغير الدالة f .
3. احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ فسر النتيجة بيانيا.
4. باستخدام $\lim\limits_{u\to+\infty}\frac{\ln u}{u}=0$ استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
5. ليكن المستقيم (D) الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x$ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\frac{1}{2}x\right)$ واستنتج وجود مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب)ادرس الوضعية النسبية لـ (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D)

1. بين ان (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2}\prec\alpha\prec 1$.
2. بين ان $f'(\alpha)=1+\frac{1}{\alpha^2}$ ثم اكتب معادلة المماس للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α.
3. اكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1.
4. انشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (الوحدة2سم).

بالتوفيق

حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /Fax023.94.83.37 -الفاكس : Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 :☎

تصحيح الاختبار

التمرين الاول

1)تعين قيمة U_0 حتي تكون (u_n)ثابتة هي $U_0=2$

2)البرهان بالتراجع لتكن الخاصية $p(n)$ من اجل كل عدد طبيعي n $U_n \le 2$

المرحلة الاولى اثبات صحة $p(0)$

المرحلة الثانية نفرض ان$p(n)$ صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n $U_n \le 2$

ونرهن ان الخاصية $p(n+1)$ صحيحة من اجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1} \le 2$

3)اثبات ان متزايدة نحسب الفرق $u_{n+1}-u_n$ نجد $u_{n+1}-u_n \ge 0$

الاستنتاج المتتالية متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

4)اثبات ان المتتالية (V_n) هندسية

لدينا $V_{n+1}=U_{n+1}-2$ بالتعويض نجد $V_{n+1}=\frac{1}{3}V_n$ ومنه (V_n)متتالية هندسية اساسها $q=\frac{1}{3}$

5)ا)عبارة الحد العام V_n بدلالة n من اجل كل عدد طبيعي n $V_n=-3\left(\frac{1}{3}\right)^n$

ب)عبارة الحد العام U_n بدلالة n من اجل كل عدد طبيعي n $u_n=-3\left(\frac{1}{3}\right)^n+2$

$-1 \prec q \prec 1$ $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n=0$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n=2$

)المجموع $S_n=\left[\frac{9}{2}\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}-\frac{9}{2}\right]$

حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /Fax023.94.83.37 -الفاكس : Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 :☎