الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية تبسة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي — دورة:ماي 2015

الشعبة : علوم تجريبية — ثانوية الإخوة عمران– نقرين

اختبار في مادة: الرياضيات — المـدة : 3 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

ننسب الفضاء إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(2;-1;1)$ ، $B(1;-1;3)$ ، $C(2;-2;1)$ و $D(2;2;2)$.

1- أ . برهن أنّ النقط A ،B و C تعين مستويا.

ب . تحقق أن $2x+z-5=0$ معادلة ديكارتية لـ(ABC).

2- ليكن(Δ) مستقيم معرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases}x=-2+4t\\y=2\\z=2t\end{cases};t\in R$

– بيّن أنّ النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أنّ المستقيم (Δ) عمودي على(ABC).

3-لتكن H المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

أ. عين إحداثيات النقطة H .

ب. استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ).

4-ماهي المجموعة (S) للنقط M من الفضاء بحيث : $\overrightarrow{AM}^2+\overrightarrow{DM}^2=\frac{103}{5}$ ؟

التمرين الثاني:(05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}\,z+4=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، النقطتان A و B لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$.

- أكتب كلا من z_A و z_B على الشكلين المثلثي و الأسي .
- أحسب العدد $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{1436}$.

3. L تحويل نقطي عبارته المركبة: $\acute{z}=2iz+3$.

– عين طبيعة التحويل L و أذكر عناصره المميزة.

– أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالتحويل L .

4. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث: $|z-\sqrt{3}+i|=|iz+1-\sqrt{3}\,i|$.

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I. نعتبر الدالة g ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = x^2 - 1 + \ln x$$

1. أدرس اتجاه تغيرات الدالة g .
2. احسب $g(1)$ ، استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن f الدالة العددية ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي:
$f(x) = x - \frac{\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. أ- أحسب $\lim_{x\to0^+} f(x)$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا.
ب- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
2. أ- بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.
ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و أنشئ جدول تغيراتها.
3. أ- ليكن (D) مستقيم معادلته $y = x$.أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x) - x]$ ثم فسر النتيجة بيانيا.
ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).
4. بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.
5. أرسم (D) و (C_f) .
6. أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و ومحور الفواصل والمستقيمان اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = e$.
7. ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$x^2 - mx - \ln x = 0$$

III. نعتبر الدالة h ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على R كما يلي: $h(x) = f(e^x)$.

1. بين أنه من أجل كل x من R لدينا: $h(x) = \frac{e^{2x} - x}{e^x}$
2. استنتج جدول تغيرات الدالة h .

IV. لتكن $(u_n)_{n\in N}$ المتتالية العددية المعرفة بـ: $u_0 = e$ و $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. بإستعمال رسم (D) و (C_f) مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها.
2. باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le e$.
3. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما.
4. هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر.
5. أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

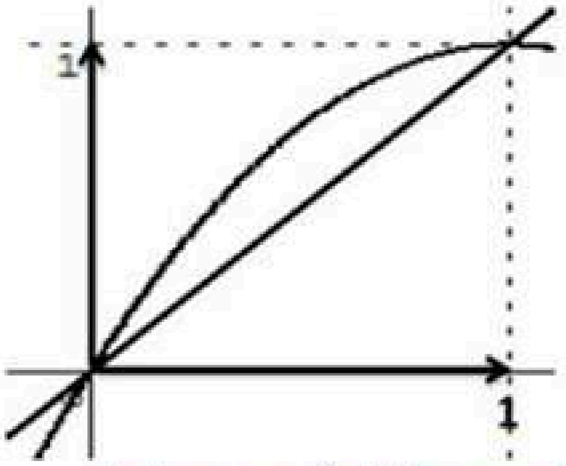
1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6z + 10 = 0$.

2. في المستوي المركب نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما $z_A = 3 - i$ و $z_B = 3 + i$.
وليكن r الدوران الذي مركزه A و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له .أوجد العبارة المركبة للدوران r .

3. أ- أوجد لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوارن r.
ب-استنتج طبيعة المثلث ABC.

4. لتكن النقطة $D(1;1)$.و ليكن العدد المركب $L = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$.
أ- أكتب L على الشكل الجبري ثم المثلثي و الأسي.
ب- أحسب $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2015}$.
ج-عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{n}$ حقيقيا .

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)



في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $8cm$
مثلنا المنحني (C_f) بيان الدالة $f(x) = x(2 - x)$
على المجال $[0;1]$ و المنصف الأول $(y = x)$.
ولتكن $(u_n)_{n\in N}$ متتالية عددية معرفة بـ $u_0 = \frac{1}{8}$
و $u_{n+1} = u_n(2 - u_n)$.

1. بإستعمال الرسم المقابل مثل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها.

2. أ)باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعيn: $0 < u_n < 1$.
ب)استنتج اتجاه تغيير المتتالية (u_n). هل المتتالية (u_n) متقاربة؟ برر.

3. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = ln(1 - u_n)$.
أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب) أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n ثم أحسب: $lim_{n\to+\infty} u_n$.
ج) أوجد بدلالة n المجموع : $s = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط: $A(1; -2; 4)$ ،
$B(-2; -6; 5)$ ، $C(-4; 0; -3)$ و $D(-\frac{1}{2}; -3; 2)$.

1. أ- بين أن النقط A ، B و C ليست في استقامية.

ب− بين أن الشعاع $\vec{n}(1;-1;-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) .

جـ− اوجد معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).

2. أ− عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقطة D و العمودي على المستوي (ABC).

ب− استنتج إحداثيات النقطة G المسقط العمودي للنقطة D على المستوي (ABC).

جـ− تحقق أن النقطة G هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A;2);(B;1);(C.1)\}$.

د−عين مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\|2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{CM}\| = d(O;(ABC))$.

التمرين الرابع: (07.5 نقاط)

I) − g دالة عددية معرفة على R بـ: $g(x)=(x-1)e^{-x}+2$

1. أحسب نهايات الدالة g عند حدود مجموعة تعريفها.
2. أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-0.38;-0.37[$.
4. استنتج اشارة $g(x)$ على R .

II) − f دالة عددية معرفة على R بـ: $f(x)=2x+1-xe^{-x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1. −أ− أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها.

ب− بين أن : $f'(x)=g(x)$ استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

2. أ− بين أن المستقيم (d) ذي المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

ب− أدرس وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (d).

3. بين أن $f(\alpha)=\frac{2\alpha^2+\alpha-1}{\alpha-1}$
4. أرسم (d) و (C_f) نأخذ $\alpha=-0.37$.
5. أحسب بالسنتيمتر المربع مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=2x+1$ ، $x=0$ و $x=2$.

III) − (Δ_m) مستقيم معادلته $y=2x+m$ حيث m عدد حقيقي .

1. عين m حتى يكون (Δ_m) مماسا للمنحني (C_f) عند نقطة يطلب تعيين احداثياتها.
2. أكتب معادلة للمماس (Δ_m) في هذه الحالة.
3. ناقش بيانيا، وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة:

$$1-\frac{x}{e^x}-m=0$$