

اختبار في مادة الرياضياتالتمرين الأول : (08)

كـ (u_n) متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = \alpha$ حيث α عدد حقيقي و من أجل كل عدد طبيعي n $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2$

I. عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون (u_n) متتالية ثابتة .

II. في ما يلي نفرض أن $u_0 = 3$.

(1) u_1, u_2, u_3 . ضمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -4$.

(3) هل (u_n) متقاربة ؟ حدد نهايتها .

(4) (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 4$

(أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

(ب) v_n n

(ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n $u_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(د) $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$: n

$$S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

التمرين الثاني : (06)

كـ ورد في مطوية لأمن الطرقات الجدول التالي الذي يعطي مسافة التوقف لسيارة بالمتري بدلالة

سرعة السيارة (/)

سرعة السيارة (/) x_i	50	80	90	100	110
() y_i	28	58	70	83	98

(1) $(x_i; y_i)$ $1cm$ $10km/h$ على هذا

المحور يبدأ التدرج 40 $1cm$ $10m$ على محور الترتيب (

(أحسب احداثيات النقطة المتوسطة G ، ثم علمها في المعلم .

(2) بين أن معادلة مستقيم الانحدار (D) بالمربعات الدنيا هي : $y = 1.15x - 31.5$ (D) .

(3) ما هي المسافة اللازمة لتوقف سيارة تسير بسرعة $200km/h$

التمرين الثالث : (06)

كـ f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^* : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2}$

(1) عين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي $x \in \mathbb{R}^*$ $f(x) = a + \frac{bx+c}{x^2}$

(2) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف . هندسيا .

بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ☺

ثانوية بلحاج قاسم نورالدين – الشلف

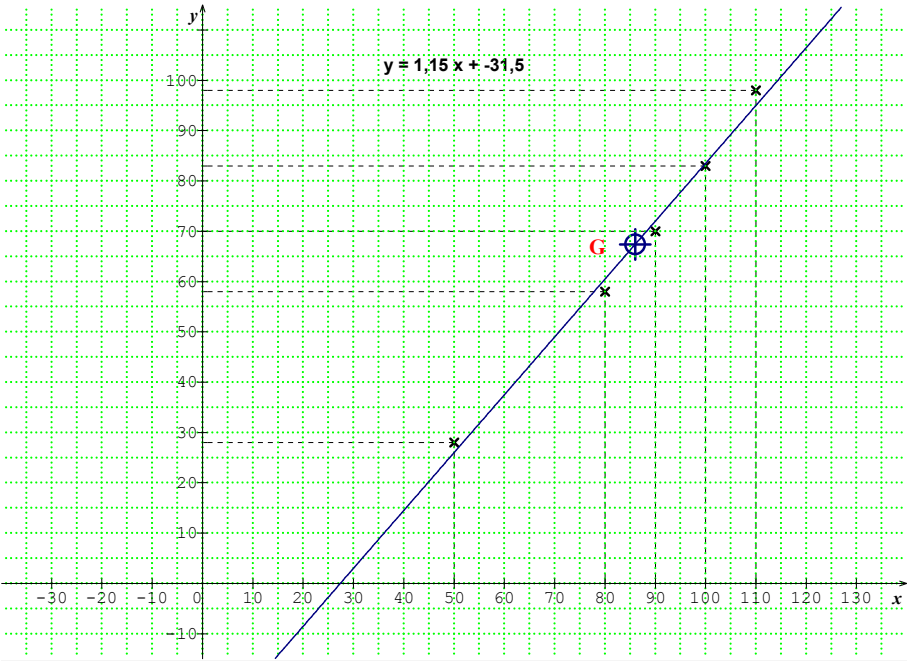
تصحيح الاختبار الأول

الشعبة : 3 تسيير واقتصاد

من انجاز : الأستاذ ثابت إبراهيم

2014 / 12/04

التنقيط	التصحيح
08 نقاط	التمرين الأول :
	لدينا : $u_0 = \alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2$
0.75	I. تعيين قيمة α بحيث تكون المتتالية (u_n) ثابتة : (u_n) متتالية ثابتة يعني $u_{n+1} = u_n = u_0 = \alpha$ إذن $\frac{1}{2}\alpha - 2 = \alpha$ ومنه $-2 = \alpha - \frac{1}{2}\alpha$ أي $\frac{1}{2}\alpha = -2$ وبالتالي : $\alpha = -4$
3×0.5	II. نغرض $\alpha = 3$: (1) حساب الحدود u_3, u_2, u_1 : • $u_1 = \frac{1}{2}u_0 - 2 = \frac{3}{2} - 2 = -\frac{1}{2}$ • $u_2 = \frac{1}{2}u_1 - 2 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 = -\frac{9}{4}$ • $u_3 = \frac{1}{2}u_2 - 2 = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{9}{4}\right) - 2 = -\frac{25}{8}$
0.25	• تخمين اتجاه تغير المتتالية (u_n) : نلاحظ أن $u_0 > u_1 > u_2 > u_3$ ومنه (u_n) متتالية متناقصة .
01	(2) البرهان بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n > -4$: • نسمي $P(n)$ هذه الخاصية . -1 من أجل $n=0$ لدينا : $u_0 = 3$ و $3 > -4$ أي $u_0 > -4$ ومنه $P(n)$ صحيحة من أجل $n=0$ -2 نغرض صحة $P(n)$ أي نغرض أن $u_n > -4$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ أي $u_{n+1} > -4$ لدينا : $u_n > -4$ ومنه $\frac{1}{2}u_n > \frac{1}{2}(-4)$ وبالتالي $\frac{1}{2}u_n - 2 > \frac{1}{2}(-4) - 2$ أي $u_{n+1} > -4$ ومنه $P(n+1)$ صحيحة . -3 حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع فإن $P(n)$ صحيحة من أجل كل عدد طبيعي n
0.25	(3) دراسة تقارب المتتالية (u_n) : - (u_n) متتالية متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد -4 فإنها متقاربة وتتقارب من العدد -4 . - أي $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -4$
$0.75 + 0.25 + 0.25$	(4) لدينا : $v_n = u_n + 4$: (ب) البرهان أن (v_n) هندسية : • لدينا : $v_n = u_n + 4$ ومنه $u_n = v_n - 4$ • ولدينا : $v_{n+1} = u_{n+1} + 4 = \frac{1}{2}u_n - 2 + 4 = \frac{1}{2}(v_n - 4) + 2$ ومنه $v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$ وبالتالي (v_n) هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_0 = u_0 + 4 = 3 + 4 = 7$

0.5	<p>(ب) حساب عبارة v_n بدلالة n :</p> $v_n = v_0 \times q^n = 7 \left(\frac{1}{2} \right)^n$
0.5	<p>(ج) استنتاج أن، $u_n = 7 \left(\frac{1}{2} \right)^n - 4$ من أجل كل عدد طبيعي n :</p> <ul style="list-style-type: none"> • لدينا : $u_n = v_n - 4$ • إذن $u_n = 7 \left(\frac{1}{2} \right)^n - 4$ • حساب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$:
0.5	<p>حيث $-1 < \frac{1}{2} < 1$ $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2} \right)^n = 0$ لأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(7 \left(\frac{1}{2} \right)^n - 4 \right) = -4$</p>
0.5	<p>(د) حساب المجموع S_n :</p> $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n = v_0 \times \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right) = 3 \times \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{2}} \right)$ $S_n = 6 \left(1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^n \right) = 6 - 3 \left(\frac{1}{2} \right)^n$ أي
01	<ul style="list-style-type: none"> • استنتاج المجموع S'_n : $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = v_0 - 4 + v_1 - 4 + \dots + v_n - 4$ <p>ومنه $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n - 4(n+1) = S_n - 4n - 4$</p> $S'_n = 6 - 3 \left(\frac{1}{2} \right)^n - 4n - 4 = 2 - 4n - 3 \left(\frac{1}{2} \right)^n$
06 نقاط	<p>التمرين الثاني :</p>
01.5	<p>(1) أ) تمثيل سحابة النقط :</p> 

01	<p>(ب) حساب إحداثيي النقطة G : لدينا : $x_G = \frac{50+80+90+100+110}{5} = 86$ و $y_G = \frac{28+58+70+83+98}{5} = 67.4$ $G(86; 67.4)$ تعليم النقطة G</p>																																				
02.5	<p>(2) تبيان أن معادلة مستقيم الانحدار (D) هي $y = 1.15x - 31.5$ لدينا : $a = \frac{\text{cov}(x; y)}{v(x)}$</p> <table border="1" data-bbox="341 465 1401 810"> <tbody> <tr> <td>x_i</td> <td>50</td> <td>80</td> <td>90</td> <td>100</td> <td>110</td> </tr> <tr> <td>y_i</td> <td>28</td> <td>58</td> <td>70</td> <td>83</td> <td>98</td> </tr> <tr> <td>$x_i - \bar{x}$</td> <td>-36</td> <td>-6</td> <td>4</td> <td>14</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td>$y_i - \bar{y}$</td> <td>-39.4</td> <td>-9.4</td> <td>2.6</td> <td>15.6</td> <td>30.6</td> </tr> <tr> <td>$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$</td> <td>1418.4</td> <td>56.4</td> <td>10.4</td> <td>218.4</td> <td>734.4</td> </tr> <tr> <td>$(x_i - \bar{x})^2$</td> <td>1296</td> <td>36</td> <td>16</td> <td>196</td> <td>576</td> </tr> </tbody> </table> <p>إذن : $a = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\frac{1}{5} \times 2438}{\frac{1}{5} \times 2120} = 1.15$ $G \in (D)$ لأن $b = \bar{y} - a\bar{x} = 67.4 - 1.15 \times 86 = -31.5$ وبالتالي معادلة مستقيم الانحدار (D) : $y = 1.15x - 31.5$ رسم المستقيم الانحدار</p>	x_i	50	80	90	100	110	y_i	28	58	70	83	98	$x_i - \bar{x}$	-36	-6	4	14	24	$y_i - \bar{y}$	-39.4	-9.4	2.6	15.6	30.6	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	1418.4	56.4	10.4	218.4	734.4	$(x_i - \bar{x})^2$	1296	36	16	196	576
x_i	50	80	90	100	110																																
y_i	28	58	70	83	98																																
$x_i - \bar{x}$	-36	-6	4	14	24																																
$y_i - \bar{y}$	-39.4	-9.4	2.6	15.6	30.6																																
$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	1418.4	56.4	10.4	218.4	734.4																																
$(x_i - \bar{x})^2$	1296	36	16	196	576																																
01	<p>(3) حساب مسافة التوقف لسيارة تسير بسرعة 200 km/h $y = 1.15 \times 200 - 31.5 = 198.5 \text{ m}$</p>																																				
06 نقاط	<p>التمرين الثالث</p>																																				
	<p>لدينا : $f(x) = \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2}$ و $D_f = \mathbb{R}^* =]-\infty; 0[\cup]0; +\infty[$</p>																																				
02	<p>(1) تعيين الأعداد الحقيقية a, b, c بحيث يكون $f(x) = a + \frac{bx+c}{x^2}$ لدينا : $f(x) = \frac{x^2}{x^2} + \frac{2x+3}{x^2} = 1 + \frac{2x+3}{x^2}$ ومنه : $a = 1, b = 2, c = 3$</p>																																				
03	<p>(2) حساب النهايات عند حدود مجموعة التعريف : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2 + 2x + 3) = 3$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} x^2 = 0^+$ لأن $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2} \right) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 + 2x + 3) = 3$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 = 0^+$ لأن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2} \right) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$</p>																																				

01	<p>• التفسير الهندسي للنتائج :</p> <p>- $y = 1$ مستقيم مقارب أفقي للمنحني (C_f) عند $-\infty$ وعند $+\infty$.</p> <p>- $x = 0$ مستقيم مقارب عمودي للمنحني (C_f).</p>
----	--

بالتوفيق في البكالوريا جوان 2015 ❀

