الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: رياضيات
المدة: 04 ساعات و 30 دقيقة

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 4^5-1 و 4^6-1.

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=0$ و $u_1=1$ و من اجل كل عدد طبيعي n :
$u_{n+2}=5u_{n+1}-4u_n$

أ) احسب الحدود: u_2 ، u_3 و u_4.

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=4u_n+1$

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان u_n عدد طبيعي، ثم استنتج $PGCD(u_n;u_{n+1})$.

3) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=u_n+\frac{1}{3}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

ب) اكتب بدلالة العدد الطبيعي n عبارة v_n ثم عبارة u_n.

ج) عين من اجل كل عدد طبيعي n : $PGCD(4^{n+1}-1;4^n-1)$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر سطح الكرة (S) التي $x^2+y^2+z^2-4x+2y-4=0$ معادلة ديكارتية له و المستقيم (D) المعرف بالتمثيل الوسيطي

$$\begin{cases} x=-1+6t \\ y=6-5t \\ z=1-2t \end{cases}$$

حيث t عدد حقيقي.

1) بين أن: $(D)\cap(S)=\varnothing$.

2) أعط تمثيلا ديكارتيا للمستقيم (D) .

3) حدد معادلة ديكارتية لكل مستوي من المستويين (P_1) و (P_2) المماسين لسطح الكرة (S) و اللذان يشملان المستقيم (D).

4) احسب إحداثيات النقطتين A و B نقطتا تماس كل من (P_1) و (P_2) مع (S) على التوالي.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I .المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ لتكن p النقطة ذات اللاحقة $Z_p = 10$ و (Γ) الدائرة ذات القطر $[OP]$ نسمي Ω مركز الدائرة (Γ). نعتبر النقط C, B, A التي لاحقاتها على الترتيب $Z_A = 5+5i$, $Z_B = 1+3i$ و $Z_C = 8-4i$.

1) بين أن النقط C, B, A تنتمي إلى الدائرة (Γ) (يطلب إنشاء الشكل).

2) لتكن النقطة D ذات اللاحقة $Z_D = 2+2i$. بين ان النقطة D هي المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC).

II . من اجل كل نقطة M من المستوي مختلفة عن O ذات اللاحقة z نرفق النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z' = \dfrac{20}{\overline{z}}$ علما أن $\overline{z}$ يرمز إلى مرافق z.

1) بين أن النقط O ، M و M' على استقامة واحدة.

2) ليكن (Δ) المستقيم ذو المعادلة $x = 2$ و M نقطة من (Δ) ذات اللاحقة z.

أ) تحقق أن: $z + \overline{z} = 4$.

ب) عبر عن $z' + \overline{z'}$ بدلالة z و $\overline{z}$ ، ثم استنتج أن : $5\left(z' + \overline{z'}\right) = z'\overline{z'}$.

ج) استنتج أن M' تنتمي إلى تقاطع المستقيم (OM) و الدائرة (Γ) ثم علم النقطة M' في الشكل .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نعتبر الدالة العددية f_n للمتغير الحقيقي x و المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_n(x) = \dfrac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$. و نرمز بـ : (C_n) إلى المنحنى الممثل للدالة في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

I . دراسة الدالة f_1 المعرفة على بـ : $f_1(x) = \dfrac{4e^{x}}{e^{x}+7}$

1) أ) تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $f_1(x) = \dfrac{4}{1+7e^{-x}}$.

ب) احسب نهايتي الدالة f_1 عند $-\infty$ و عند $+\infty$ و فسر هندسيا النتائج المحصل عليها.

2) أ) بين أن الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و شكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x فان : $0 < f_1(x) < 4$.

3)أ) بين أن النقطة I_1 ذات الإحداثيتين $\left(\ln(7);2\right)$ مركز تناظر للمنحنى $\left(C_1\right)$.

ب) اكتب معادلة لـــ $\left(T_1\right)$مماس المنحنى (C_1) في النقطة I_1.

ج) أنشئ المماس $\left(T_1\right)$ و المنحنى $\left(C_1\right)$.

4)احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_1) و المستقيمات التي معادلاتها:

$y=0$, $x=1$ و $x=3$.

II. دراسة بعض خواص الدالة : f_n

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f_n\left(x\right)=f_1\left(nx\right)$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f_n.

2) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فان النقطة $A\left(0;\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى المنحنى $\left(C_n\right)$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 7 .

ب) ما هو باقي القسمة الاقليدية للعدد $2\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}$ على 7 .

2) نعتبر المعادلة ذات المجهولين الصحيحين x و y : (E)..... $343x-648y=76$.

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟ .

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من الأعداد الطبيعية بحيث يكون $d=76$.

4) λ عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta 1\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 7 ، ويكتب $\overline{\alpha 1\alpha\alpha\beta}$ في نظام التعداد ذي الأساس 5.

جد العددين الطبيعيين α و β ، ثم أكتب λ في نظام التعداد ذي الأساس 6 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2 .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) أحسب احتمال الحصول على :

أ) ثلاث كرات من نفس اللون .

ب) ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

ج) ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1 .

أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب) أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) $P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z المعرف كما يلي: $P(z)=z^3+\left(2-\sqrt{3}\right)z^2+\left(3-2\sqrt{3}\right)z+6$.

أ) احسب $P(-2)$، ثم عين العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون: $P(z)=(z+2)\left(z^2+\alpha z+\beta\right)$.

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{u};\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.

أ) أكتب كل من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي ، ثم استنتج أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة (C) التي يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

ب) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي .

ج) عين ثم أنشئ (Δ)مجموعة النقط ذات اللاحقة حيث: $\bar{z}=ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ عندما k يمسح $\mathbb{R}$.

3)أ) أكتب على الشكل الأسي العدد : $L=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$.

ب) استنتج أن A صورة B بتحويل نقطي يطلب تعيين عناصره المميزة .

ج) حدد مع التعليل طبيعة المثلث ABC .

د) عين اللاحقة z_D للنقطة D حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln\left(e^x+2e^{-x}\right)$

و (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(0;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(x)=x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)$.

- برهن أن المستقيم $(D):y=x$ مقارب مائل لـــــ(C) ثم أدرس الوضع النسبي لـــ (C)و(D) .

4) أثبت أن المستقيم $(T):y=-x+\ln 2$ $(T):y=-x+\ln 2$مقارب مائل لـــــ(C) ثم أدرس الوضع النسبي لـــ(C)و(T) .

5) أرسم (T)و(D) ثم المنحنى(C).

6)(Δ_m) مستقيم معادلته $y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$ حيث m وسيط حقيقي .

أ) بين أن جميع المستقيمات (Δ_m) تشمل نقطة ثابتة يطلب تعيين إحداثياتها .

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

7) hدالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(|x|)$

°1) برهن أن الدالة h زوجية

°2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة h عند القيمة $x_0=0$.

°3) أشرح كيفية رسم المنحنى (Γ) الممثل للدالة h انطلاقا من المنحنى (C) ثم أرسم (Γ).

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــــاع الوطـــــني

أركان الجيش الوطني الشعبي

دائرة الاستعمال والتحضير

مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2019/2018

المستوى: السنة الثالثة ثانوي

الشعبة: رياضيات

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

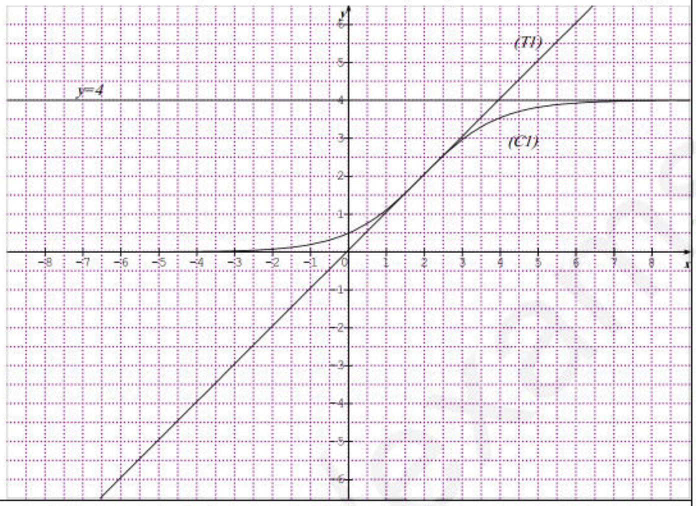
تصحيح الموضوع الأول

عناصـــــــر الإجابـــــــة	العلامة المجزأة
التمرين الأول: (04 نقاط) 1-) حساب : $PGCD\ (4^5-1,\ 4^6-1)$: باستخدام خوارزمية اقليدس أو بالتحليل : $PGCD\ (4^5-4, 1^6-1) = 3$	0.5
2-) أ-) حساب الحدود نجد : $U_2 = 5$ ؛ $U_3 = 21$ و $U_4 = 85$.	0.5
ب-) نتحقق من صحة $P(0)$: $U_0 = 0$ و $U_1 = 1$ ومنه $U_1 = 4U_0 + 1$ اذن $P(0)$ صحيحة نفرض أن $P(n)$ صحيحة أي $U_{n+1} = 4U_n + 1$ ومنه $U_{n+2} = 4U_n + 1$ أي $P(n+1)$ صحيحة	0.5
ج-) لدينا من أجل $n = 0$ لدينا $U_0 = 0$ و $0 \in \mathbb{N}$ اذن $P(0)$ صحيحة ؛ و بما أن $4 \in \mathbb{N}$ و $U_n \in \mathbb{N}$ فإن : $(4U_n + 1) \in \mathbb{N}$ أي $U_{n+1} \in \mathbb{N}$ اذن $P(n+1)$ صحيحة .	0.5
استنتاج $PGCD(U_n, U_{n+1})$: من العلاقة : $U_{n+1} = 4U_n + 1$ نستنتج أن : $U_{n+1} - 4U_n = 1$ اذن حسب"مبرهنة بيزو Beuzout "فإن العددان : U_n و U_{n+1} أوليان فيما بينهماأي $PGCD(U_n, U_{n+1}) = 1$	0.5
3-) أ-) لدينا : $V_n = U_n + \frac{1}{3}$ و منه $V_{n+1} = (4U_n + 1) + \frac{1}{3}$ ومنه $V_{n+1} = 4V_n$ اذن (V_n) هي متتالية هندسية أساسها $q = 4$ وحدها $V_n = \frac{1}{3}$	0.5
ب-) من اجل من أجل كل عدد طبيعي $V_n = \frac{1}{3} \times 4^n$ و منه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$	0.5
ج -) تعيين $PGCD\ (4^{n+1} - 1\ , 4^n - 1)$: لدينامن الجواب (3-ب) : $U_n = \frac{1}{3}(4^n - 1)$ أي $3U_n = 4^n - 1$ ومنه $3U_{n+1} = 4^{n+1} - 1$ اذن : $PGCD(4^{n+1} - 1\ , 4^n - 1) = PGCD(3U_{n+1}, 3U_n)$ $= 3 \times PGCD(U_{n+1}, U_n)$ اذن : $PGCD(4^{n+1} - 1, 4^n - 1) = 3$	0.5
التمرين الثاني : (04 نقاط)	
1-) أ-) $(S) :\ (x-2)^2 + (y+1)^2 + Z^2 = 9$ اذن (S) سطح كرة مركزها $\Omega\ (2, -1, 0)$ و نصف قطرها $R = 3$.	0.5

0.5	ب-)بتعويض التمثيل الوسيطي في معادلة (S) نحصل على المعادلة : $65t^2-110t+50=0$ بما أن : $\Delta<0$ لا يوجد حلول إذن $(S)\cap(D)=\emptyset$
0.5	2-) لدينا : $\frac{x+1}{6}=\frac{6-y}{5}=\frac{1-Z}{2}$ أي $\begin{cases}5(x+1)=6(6-y)\\ \text{و}\\ 2(6-y)=5(1-Z)\end{cases}$ نجد : (D) : $\begin{cases}5x+6y-31=0\\ -2y+5Z+7=0\end{cases}$
0.5	3-)معادلة المستوي(P_λ)الذي يشمل المستقيم(D)من الشكل: $5x+6y-31+\lambda(-2y+5Z+7)=0$ أي : $(P_\lambda):\ 5x+(6-2\lambda)y+5\lambda Z+7\lambda-31=0$ مع λ وسيط حقيقي
01	بحيث : $d(\Omega,(P_\lambda))=R$ أي : $\frac{\lvert 10-6+2\lambda+7\lambda-31\rvert}{\sqrt{(5)^2+(6-2\lambda)^2+(5\lambda)^2}}=3$ أي : $9\lvert\lambda-3\rvert=3\sqrt{29\lambda^2-24\lambda+61}$ أي : $2\lambda^2+3\lambda-2=0$ نجد : $(\lambda_1=-2$ أو $\lambda_2=\frac{1}{2})$ اذن : $(P_1)=x+2y-2Z-9=0$ و $(P_2):\ 2x+2y+Z-11=0$
0.5	4-) أ-) تقاطع (P_1) مع (S) : شعاع ناظمي لـ (P_1) هو $\vec{n_1}(1,2,-2)$ (Δ) يشمل Ω و يعامد (P_1) أي $\vec{\Omega M}=\alpha\,\vec{n_1}$ مع $\alpha\in\mathbb{R}$ أي $\begin{cases}x=\alpha+2\\ y=2\alpha-1\\ Z=-2\alpha\end{cases}$ بالتعويض في معادلة (P_1) نحصل على المعادلة : 9α -9= 0 يكافئ α =1 و بالتالي A(3, 1, -2)
0.5	ب-) تقاطع (P_2) مع (S) : شعاع ناظمي لـ (P_2) هو $\vec{n_2}(2,2,1)$ (Δ ') يشمل Ω و يعامد (P_2) أي $\vec{\Omega M}=k\vec{n_2}$ مع $k\in\mathbb{R}$ أي $\begin{cases}x=2k+2\\ y=2k-1\\ Z=k\end{cases}$ بالتعويض في معادلة (P_2) نحصل على المعادلة : 9k – 9 =0 يكافئ k = 1 و بالتالي B (4, 1 ,1)
	التمرين الثالث : (05 نقاط)
0.75	I) 1-) بما أن $\Omega A=\lvert 5i\rvert=5$ و $\Omega B=\lvert -4+3i\rvert=5$ و $\Omega C=\lvert 3-4i\rvert=5$ اذن النقط A , B و C تنتمي إلى الدائرة (Γ) ذات القطر [O P] .
0.25	* إنشاء الشكل : تمثيل النقط : Ω , A , B و C و الدائرة (Γ)
0.75	2-) لدينا من جهة $\vec{BC}\binom{7}{-7}$ و $\vec{DB}\binom{-1}{1}$ اذن $\vec{BC}=-7\vec{DB}$ و منه D∈ (BC) و من جهة ثانية : $\vec{OD}\cdot\vec{BC}=0$ أي $(OD)\perp(BC)$ نستنتج أن D هي المسقط العمودي للنقطة O على المستقيم (BC)
0.25	II) 1-) نفرض أن M(x , y) نعلم أن $(\vec{OM},\vec{OM'})=arg\left(\frac{Z'}{Z}\right)$ علما أن $Z'=\frac{20}{\bar{Z}}$ و بالتالي : $arg\left(\frac{Z'}{Z}\right)=arg\left(\frac{20}{Z\bar{Z}}\right)$

0.75	حيث : $Z\overline{Z'} = x^2+y^2$ أي $Z\bar{Z} \in \mathbb{R}_*^+$ و بالتالي $\frac{20}{Z\bar{Z}} \in \mathbb{R}_*^+$ اذن $arg\left(\frac{Z'}{Z}\right) = 2k\pi$ مع k عدد صحيح و هذا يعني أن النقط : O , M , M ' على استقامة واحدة
0.25	2-)-أ) بما أن $M\in(\Delta)$ فإن : $Z = 2+iy$ ومنه $\bar{Z} = 2-iy$ بالجمع نجد : $Z+\bar{Z} = 4$
0.5	-ب) لدينا : $Z'+\overline{Z'} = \frac{20}{\bar{Z}}+\frac{20}{Z} = \frac{20Z+20\bar{Z}}{Z\bar{Z}} = \frac{20(Z+\bar{Z})}{Z\bar{Z}} = \frac{80}{Z\bar{Z}}$
0.5	*) حسب الجواب السابق : $5(Z'+\overline{Z'}) = 5\left(\frac{80}{Z\bar{Z}}\right) = \frac{400}{Z\times\bar{Z}} = \frac{20}{Z}\times\frac{20}{\bar{Z}}$ اذن $5(Z'+\bar{Z}) = Z'\times\overline{Z'}$
01	-ج) من جهة حسب الجواب II – 1) النقط O , M و M ' في استقامية و منه $M'\in(OM)$ من جهة ثانية : $\Omega M' = \lvert Z'-5\rvert$ (علما أن $Z\times\bar{Z} = \lvert Z\rvert^2$) . و بالتالي $\Omega M'^2 = (Z'-5)(\overline{Z'-5})$ أي $\Omega M'^2 = Z'\overline{Z'} - 5(Z'+\overline{Z'}) + 25$ و بما أن $Z'+\overline{Z'} = 4$ و $Z'\times\overline{Z'} = 5(Z'+\overline{Z'})$ نحصل على : $\Omega M'^2 = 25$ أي $\Omega M' = 5$ و منه $M'\in(\Gamma)$. و بالتالي M ' تنتمي إلى تقاطع المستقيم (OM) و الدائرة (Γ) .

العلامة المجزأة	**التمرين الرابع : (07 نقاط)**
0.25	I) 1-) -أ) التحقق من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x(1+\frac{7}{e^x})}$. و هو المطلوب : $= \frac{4}{1+7e^{-x}}$
0.5	-ب) النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{4}{1+7e^{-x}}\right) = 4$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\frac{4e^x}{(e^x+7)} = 0$
0.5	التفسير الهندسي : المنحنى $(\mathcal{C}_1)$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما في جوار $-\infty$ معادلته $y=0$ (منطبق على محور الفواصل) و الآخر معادلته $y=4$ (موازي لحامل محور الفواصل) في جوار $+\infty$.
0.5	2-) –أ) الدالة f_1 قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ بحيث : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1'(x) = \frac{28e^x}{(e^x+7)^2}$.
0.5	إتجاه التغيير : من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن $f_1'(x)>0$ و بالتالي الدالة f_1 متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.
0.5	-ب) بما أن الدالة f_1 مستمرة و متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و حسب الجواب 1-ب) فإن صورة المجال $\mathbb{R}$ بالدالة f_1 هو المجال]0 , 4[إذن من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $0<f_1(x)<4$.
0.75	3-) –أ) نضع $\begin{cases} a = \ln 7\\ b=2\end{cases}$ و أي $\begin{cases}2a = 2\ln 7\\ 2b = 4\end{cases}$ و ؛ من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $(2\ln 7 - x)\in\mathbb{R}$ و $f_1(2\ln 7-x) = \frac{4e^{2\ln 7-x}}{e^{2\ln 7-x}+7} = \frac{28}{7+e^x}$ بالجمع نجد : $f_1(2\ln 7-x)+f_1(x) = \frac{28}{7+e^x}+\frac{4e^x}{7+e^x} = 4$ أي $f_1(2a-x)+f_1(x) = 2b$ و هذا يعني أن النقطة $I_1(\ln 7 , 2)$ هي مركز تناظر للمنحنى $(\mathcal{C}_1)$.

0.25	ب-) معادلة المماس (T_1) : (T_1) : $y = f_1'(\ln 7)(x - \ln 7) + f_1(\ln 7)$ نجد : (T_1): $y = x - \ln 7 + 2$
0.75	ج-) انشاء المماس (T_1) و المنحنى $(\mathcal{C}_1)$ 
0.5	4-) حساب المساحة $\mathcal{A}$: الدالة f مستمرة و موجبة على المجال [1,3] إذن : $\mathcal{A} = \int_1^3 f_1(x)dx = 4\int_1^3 \frac{e^x}{e^x+7}dx = [4\ln(e^x+7)]_1^3$ Ua
0.5	أي : $\mathcal{A} = 4\ln(e^3+7) - 4\ln(e^1+7)$ Ua أو $\mathcal{A} = 4\ \ln\left(\frac{e^3+7}{e^1+7}\right)$ Ua .
0.5	الجزء II) 1-) من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f_n(x) = \frac{4e^x}{e^{nx}+7}$ و لدينا من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1(x) = \frac{4e^x}{e^x+7}$. و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $f_1(nx) = \frac{4e^{nx}}{e^{nx}+7}$. أي : $f_1(nx) = f_n(x)$
0.5	* اتجاه تغير الدالة f_n : بما أن $f_n(x) = f_1(nx)$ و بوضع $U(x) = nx$ حيث($n \in \mathbb{N}^*$ أي $n > 0$) فإن $f_n = f_1 \circ U$ و بما أن الدالة U متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ فإن الدالة المركبة f_n متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.
0.5	2-) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم و من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f_n(0) = \frac{4e^0}{e^0+7} = \frac{4}{1+7} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ و بالتالي النقطة $A\left(0,\frac{1}{2}\right)$ تنتمي إلى $(\mathcal{C}_n)$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطـــني
أركان الجيش الوطني الشعبي
دائرة الاستعمال والتحضير
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2019/2018
المستوى: السنة الثالثة ثانوي
الشعبة: الرياضيات

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

تصحيح الموضوع الثاني

محاور الموضوع	عناصـــر الإجـــابة	العلامـــة: مجزأة	العلامـــة: كاملة
التمرين الأول			04 ن

1)أ) بواقي قسمة 3^n على 7 . — 0.5 ن

$n=$	$6k$	$6k+1$	$6k+2$	$6k+3$	$6k+4$	$6k+5$
$3^n\equiv$	1	3	2	6	4	5

ب) $2019\equiv 3[7]$ ومنه $2019^{6n+4}\equiv 4[7]$

$2017\equiv 1[7]$ ومنه $2017^{4n+2}\equiv 1[7]$

إذن $2\times 2019^{6n+4}+2017^{4n+2}\equiv 2[7]$. — 0.5 ن

2) أ) $PGCD(343;648)=1$ و 1 يقسم 76 ومنه المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$. — 0.25 ن

ب) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E). — 0.75 ن

$(x;y)=(648k+4;343k+2)$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

3) ليكن d القاسم المشترك الأكبر للعددين الطبيعيين غير المعدومين x و y حلول المعادلة (E).

أ) d يقسم x و d يقسم y ومنه d يقسم $343x-648y$ أي d يقسم 76 ومنه $d\in\{1;2;4;19;38;76\}$. — 0.5 ن

ب) $d=76$ معناه $\begin{cases}648k+4\equiv 0[76]\\ 343k+2\equiv 0[76]\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}40k+4\equiv 0[76]\\ 39k+2\equiv 0[76]\end{cases}$

و منه $k\equiv 74[76]$ أي $k\equiv 76\alpha+74$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$. — 0.5 ن

ومنه $(x;y)=(49248\alpha+47956;26068\alpha+25384)$ مع $\alpha\in\mathbb{N}$.

4) $\begin{cases}\lambda=\beta\times 7^3+7^2+\alpha\times 7+\beta\\ \lambda=\alpha\times 5^4+5^3+\alpha\times 5^2+\alpha\times 5+\beta\\ 0<\alpha<5\\ 0<\beta<5\end{cases}$ ومنه $\begin{cases}\lambda=344\beta+7\alpha+49\\ \lambda=655\alpha+\beta+125\\ 0<\alpha<5\\ 0<\beta<5\end{cases}$

0.75 ن

0.25 ن

أي $\begin{cases} 343\beta - 648\alpha = 76 \\ 0 < \alpha < 5 \\ 0 < \beta < 5 \end{cases}$ ومنه $(\alpha;\beta) = (2;4)$.

كتابة λ في نظام التعداد ذي الأساس 6: $\lambda = 1439 = \overline{01355}^{6}$.

التمرين الثاني — 04 ن

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0، 1، 1، 2 وأربع كرات حمراء تحمل

الأرقام 1، 1، 2، 2 .

0.25 ن

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الكيس.

1) عدد إمكانيات السحب: $C_8^3 = 56$.

0.25 ن

أ) احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون: $\frac{C_4^3 + C_4^3}{56} = \frac{8}{56} = \frac{1}{7}$.

0.25 ن

ب) احتمال الحصول على ثلاث كرات تحمل نفس الرقم : $\frac{C_4^3 + C_3^3}{56} = \frac{5}{56}$.

ج)احتمال الحصول على ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى:

0.25 ن

$\frac{C_1^1 \times C_4^1 \times C_3^1}{56} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي

تحمل الرقم 1 .

أ) قانون احتمال المتغير العشوائي X :

02 ن

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$

0.5 ن

ب) الأمل الرياضي: $E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i P_i = \frac{0+24+48+12}{56} = \frac{84}{56} = 1,5$

0.25 ن

التباين: $V(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i^2 P_i - E^2(X) = \frac{0+24+96+36}{56} - (1,5)^2 = 0,54$.

0.25 ن

الانحراف المعياري: $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = 0,73$.

التمرين الثالث — 05 ن

0.25 ن

1) $P(z) = z^3 + (2-\sqrt{3})z^2 + (3-2\sqrt{3})z + 6$.

0.5 ن

أ) $P(-2) = 0$.

$P(z) = (z+2)(z^2 - \sqrt{3}z + 3)$.

ب) $P(z) = 0$ تكافئ $(z+2=0)$ أو $(z^2 - \sqrt{3}z + 3 = 0)$.

$z + 2 = 0$ يكافئ $z = -2$.

$z^2 - \sqrt{3}z + 3 = 0$

$\Delta = -9 = (3i)^2$ ، $z_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}i$ و $z_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{2}i$.

	مجموعة الحلول: $S=\left\{-2;\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2}i;\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i\right\}$	0.5 ن	
	2) $z_A=1+\sqrt{3}i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ و $z_C=-2$.		
	أ) كتابة كل من الأعداد z_A ، z_B و z_C على الشكل الأسي: $z_A=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ ، $z_B=2e^{-i\frac{\pi}{3}}$ و $z_C=2e^{\pi i}$.	0.75 ن	
	الاستنتاج: لدينا $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_B\rvert=2$ أي $OA=OB=OC=2$ ومنه النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها O ونصف قطرها 2 .	0.25 ن	
	ب) $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n\in\mathbb{R}$ معناه $e^{2in\frac{\pi}{3}}\in\mathbb{R}$ ومنه $2n\frac{\pi}{3}=k\pi$ و منه $2n=3k$ ونجد $n=3k'$ حيث $k'\in\mathbb{N}$.	0.5 ن	
	ج) $\bar{z}=ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ معناه $z=ke^{i\frac{2\pi}{3}}$ ومنه $\arg z=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ ومنه $\left(\vec{u};\overrightarrow{OM}\right)=\frac{2\pi}{3}+2k\pi$ و منه (Δ) هو نصف المستقيم $[OE)$ باستثناء النقطة O حيث $z_E=-1+i\sqrt{3}$.	0.5 ن	
	3)أ) كتابة على الشكل الأسي العدد : $L=\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}$: $L=\frac{3+i\sqrt{3}}{3-i\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}\,e^{i\frac{\pi}{6}}}{2\sqrt{3}\,e^{-i\frac{\pi}{6}}}=e^{i\frac{\pi}{3}}$	0.5 ن	
	ب) لدينا $z_A-z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}\left(z_B-z_C\right)$ ومنه A صورة B بالدوران الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{3}$	0.25 ن	
	ج) طبيعة المثلث ABC : لدينا $\begin{cases}CB=CA\\ \left(\overrightarrow{CB};\overrightarrow{CA}\right)\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]\end{cases}$ ومنه ABC متقايس الأضلاع .	0.5 ن	
	د) $ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ أي $z_D-z_A=z_C-z_B$ ومنه $z_D=z_C-z_B+z_A$ أي $z_D=-2+2i\sqrt{3}$.	0.5 ن	
التمرين الرابع	$f(x)=\ln\left(e^x+2e^{-x}\right)$		07 ن
	1) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	0.5 ن	
	. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$	0.5 ن	
	2) $f'(x)=\frac{e^{-x}\left(e^{2x}-2\right)}{e^x+2e^{-x}}$	0.5 ن	

جدول التغيرات .

0.5 ن

x	$-\infty$		$\frac{\ln 2}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\ln\left(2\sqrt{2}\right)$	↗	$+\infty$

$f(x)=x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)$

0.5 ن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\left(1+2e^{-2x}\right)=0$

$(D): y=x$ مقارب مائل لـ B

0.25 ن $f(x)-x=\ln\left(1+2e^{-2x}\right)\rangle 0 , 1+2e^{-2x}\rangle 1$

0.25 ن B أعلى من (D)

4) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)-(-x+\ln 2)=\lim\limits_{x\to-\infty}\ln\left(2+e^{2x}\right)=0$

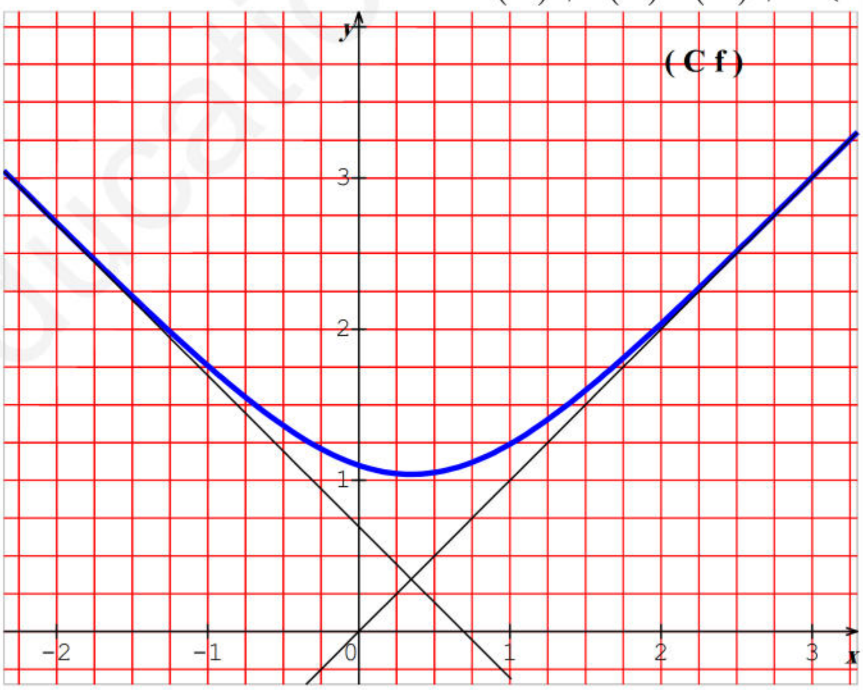
0.25 ن $(T): y=-x+\ln 2$ مقارب مائل لـ B

$f(x)-(-x+\ln 2)=\ln\left(2+e^{2x}\right)\rangle 0 , 2+e^{2x}\rangle 0$

0.25 ن B أعلى من (T)

5)رسم (D) (T).**ثم** (C)

01 ن



6) $(\Delta_m)\;\; y=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

0.5 ن أ) النقطة الثابته $\left(\frac{\ln 2}{2},\frac{\ln 2}{2}\right)$

ب) $f(x)=mx+\frac{\ln 2}{2}(1-m)$

* $m \in \left]-\infty;1-\dfrac{2\ln 3}{\ln 2}\right[$ حل موجب

* $m = 1-\dfrac{2\ln 3}{\ln 2}$ حل معدوم

* $m \in \left]1-\dfrac{2\ln 3}{\ln 2};-1\right[$ حل سالب

* $m \in [-1,1]$ لا توجد حلول

* $m \in]1;+\infty[$ حل موجب

01 ن

7) h دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=f(|x|)$

0.5 ن

1°) من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ و $h(-x)=h(x)$

2°)

$$\lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)-\ln 3}{x-0} = \lim_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{x+\ln\left(1+2e^{-2x}\right)}{x-0}$$

$$= \lim_{x \xrightarrow{>} 0} 1+\frac{\ln\left[1+\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)\right]}{\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)} \cdot \frac{\left(\frac{-2}{3}+\frac{2}{3}e^{-2x}\right)}{x} = \frac{-1}{3}$$

$\lim_{x \xrightarrow{<} 0} \dfrac{f(x)-f(0)}{x-0} = \dfrac{1}{3}$ الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند القيمة $x_0 = 0$.

0.5 ن

3°) $x \in [0,+\infty[$ $h(x)=f(x)$ المنحنى (Γ) ينطبق على (C)

$x \in]-\infty,0]$ المنحنى (Γ) نظير (C) بالنسبة إلى (yy')

0.5 ن