مديرية التربية لولاية الـــوادي
الشعبة: تقني رياضي +رياضيات

امتحان الفصل الثاني
السنة الدراسية:2017-2018

اختبار في مادة الرياضيات

المـدة: 04 ساعات و30 د

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## الموضوع الأول

### التمرين01:

1)أثبت أن العدد 251 عدد أولي.

2)حلل العدد 2008 إلى جداء عوامل أولية .

أ)استنتج كل الأعداد الأولية التي مكعب كل منها يقسم العدد 2008.

ب) عين الأعداد الطبيعية a وb بحيث: $m^3+35d^3=2008$

علما أن: $m=PPCM(a;b)$ و $d=PGCD(a;b)$.

### التمرين02:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة كما يلي : $u_{n+1}=u_n(2-u_n)$ و $u_0=\frac{1}{8}$

1) أ- ارسم في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ( الوحدة 8cm)، المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x$ و المنحني $(C)$ الممثل للدالة f المعرفة على $[0;2]$ بـ : $f(x)=x(2-x)$

2)أ-باستعمال الرسم السابق،مثل على حامل محور الفواصل،دون حساب كلا من $u_0$، $u_1$، $u_2$، $u_3$

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها .

3) أ- برهن بالتراجع أنه لكل عدد طبيعي n : $0\prec u_n\prec 1$

ب- بيّن أن المتتالية $(u_n)$ متزايدة استنتج أن $(u_n)$ متقاربة ، ما هي نهايتها ؟

4) 3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(1-u_n)$.

أ- أثبت أن $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب-استنتج عبارة $u_n$ بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

5) أ) احسب بدلالة n الجداء $P_n$ حيث : $P_n=(1-u_0)(1-u_1)........(1-u_n)$، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}P_n$

### التمرين03:

نعتبر نرد متوازن على شكل رباعي وجوه منتظم مرقم من1 إلى 4.

I- نرمي هذا النرد مرتين متتاليتين ونعتبر الأحداث التالية:

$A$ "مجموع الرقمين المحصل عليهما زوجي ".

$B$ "الرقم الأول المحصل عليه 4 ".

$C$ "الرقم المحصل عليه في الرمية الأول أكبر تماما من الرقم المحصل عليه في الرمية الثانية ".

1) احسب الاحتمالات التالية: أ) $P_A(B)$ ؛ ب) $P_B(C)$ ؛ جـ) $P_A(C)$ .

2) أ)هل الحادثتين $A$ و $B$ مستقلتين ؟ب)هل الحادثتين $A$ و $C$ مستقلتين ؟جـ)هل الحادثتين $C$ و $B$ مستقلتين؟

**II**- يدفع لاعب $2D$ ثم يرمي هذا النرد مرتين متتاليتين.

- إذا ظهر نفس الرقم في الرميتين يربح بالدينار $(D)$ مجموع الرقمين.
- إذا ظهر رقم 4 مرة واحدة، فيربح اللاعب بالدينار الرقم الظاهر في الرمية الأخرى.
- في بقية الحالات يعتبر اللاعب خاسرا.

نسمي $G$ المتغير العشوائي المعرف بالربح الجبري للاعب.

1) عين القيم الممكنة لـ $G$ .

2) عين قانون احتمال $G$ .

3) • احسب $E(G)$ الأمل الرياضي لـ $G$. • هل هذه اللعبة عادلة ؟

## التمرين04:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\ln(e^{2x}-e^{x}+\frac{1}{2})-2x$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x)=\ln(1-e^{-x}+\frac{1}{2}e^{-2x})$

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) احسب $g(-\ln 2)$ ثم استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x ، إشارة $g(x)$.

II-نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln\left(2e^{2x}-2e^{x}+1\right)-\ln 2$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ماذا تستنتج ؟

ب)استنتج أن $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(D)$ بجوار $+\infty$، ثم حدد وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ $(D)$

2) أ) بين $f'(x)=e^{x-f(x)}(2e^{x}-1)$ حيث $f'$ مشتق الدالة $f$ .

ب) ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

جـ) عين معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها 0 .

3) أ) عين $\alpha$ فاصلة نقطة تقاطع المنحنى $(C_f)$ وحامل محور الفواصل.

ب) ارسم $(\Delta)$ و $(C_f)$.

4) نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x)=\ln(\frac{1}{2}e^{2x}-e^{x}+1)$ و $(C_h)$ تمثيلها البياني.

أ) عين قيمة $\beta$ التي تحقق $h(x)=f(x-\ln 2)+\beta$.

ب) استنتج كيفية إنشاء $(C_h)$ انطلاقا من المنحنى $(C_f)$.

# الموضوع الثاني

## التمرين01:

1) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الأقليدية لكل من العددين $3^n$ و $4^n$ على 7

2) برهن أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ يكون العدد: $\left(2\times 2018^{6n+4}+1438^{6n+1}\right)$ قابلا للقسمة على 7

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $u_n = 2\times 3^n + 3\times 4^n$

أ) أحسب بدلالة n المجموع $s_n$ حيث : $s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

ب) ما هي قيّم الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها $s_n$ قابلا للقسمة على 7 ؟

## التمرين02:

ليكن $\alpha$ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]0;1[$

نعتبر المتتالية $(U_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \dfrac{(1+\alpha)U_n - \alpha}{U_n}$

1) أ- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ يكون : $U_n \geq 1$.

ب- بيّن أن المتتالية $(U_n)$ متناقصة .

جـ- استنتج أن $(U_n)$ متقاربة واحسب نهايتها .

2) لتكن $(V_n)$ متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - \alpha}$

أ- بيّن أن $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $\alpha$

ب- اكتب عبارة $V_n$ بدلالة n و $\alpha$ واستنتج عبارة $U_n$ بدلالة n و $\alpha$.

جـ - تحقق من نتيجة السؤال 1) جـ) وذلك بحساب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

## التمرين03:

أ- g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right) - \dfrac{2}{x^2+1}$

1- ادرس تغيرات الدالة g .

2- بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد $\alpha$ حيث $0{,}5 \prec \alpha \prec 0{,}6$ يحقق: $g(\alpha)=0$ واستنتج إشارة $g(x)$

ب- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x) = x\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)\ ;\ x \succ 0$ و $f(0)=0$

نرمز بـ (C) للمنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول 5cm

1- أ) احسب نهاية $x.f(x)$ عندما يؤول $x$ إلى $+\infty$

ب) استنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$ و فسّر النتيجة بيانيا.

2- أ) أثبت أن : $f(\alpha) = \dfrac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

إعداد الأستاذ بالعبيدي محمد العربي

ب) بيّن أنه من أجل كل $x \in ]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=g(x)$

جـ) احسب $\lim\limits_{x \to 0^{>}} \frac{f(x)}{x}$ أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة .

د) بيّن أن : $\lim\limits_{x \to 0^{>}} f(x)=0$ ماذا تعني هذه النتيجة بالنسبة للدالة $f$ ؟

3- شكل جدول تغيرات الدالة $f$

4- ارسم بعناية المنحني $(C)$ الممثل للدالة $f$

5- نعتبر الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=f(e^{x})$

أ-ادرس تغيرات الدالة $h$ .

ب-أنشئ التمثيل البياني للدالة $h$.

## التمرين04:

صندوق A يحتوي على4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

**I)** يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

ـ إذا تحصل على الرقم1 يسحب كرة واحدة من الصندوقA .

ـ إذا لم يتحصل على الرقم1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

2) نسمي $R$ الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R)=0{,}15$

3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق B أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق A

**II)** اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان ( اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن $x$ عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ $G$ إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

1) بين أن $G$ يأخذ القيم $2x$ , $x-2$ , $-4$.

2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي$E(G)$ للمتغير العشوائي $G$ بدلالة $x$.

3) ما هي أصغر قيمة لـ $x$ حتى تكون اللعبة مربحة .