على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين01:

نعتبر متتالية الأعداد الحقيقية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ:

$u_0=-1$ و $u_1=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+2}=u_{n+1}-\frac{1}{4}u_n$

1) احسب u_2 و استنتج أن (u_n) ليست حسابية ولا هندسية.

2) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n، المتتالية (v_n) بـ: $v_n=u_{n+1}-\frac{1}{2}u_n$

أ) احسب v_0. ب) عبر عن v_{n+1} بدلالة v_n.

جـ) استنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$. د) عبر عن v_n بدلالة n.

3) نعرف من أجل كل عدد طبيعي n، المتتالية (w_n) بـ: $w_n=\frac{u_n}{v_n}$.

أ) احسب w_0. ب) باستعمال المساواة $u_{n+1}=v_n+\frac{1}{2}u_n$ ، عبر عن w_{n+1} بدلالة u_n و v_n.

جـ) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $w_{n+1}=w_n+2$. ثم عبر عن w_n بدلالة n.

4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\frac{2n-1}{2^n}$.

5) من أجل كل عدد طبيعي n نضع ، $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}u_k=u_0+u_1+u_3+...+u_n$

. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=2-\frac{2n+3}{2^n}$

التمرين02:

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $I=]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-1-\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال I.

II- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x\ln x-x-\frac{1}{2}(\ln x)^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$

2) أ) بين أن : $f'(x)=\left(\dfrac{x-1}{x}\right)\ln x$ حيث f' مشتق الدالة f على المجال $]0\,;+\infty[$.

ب) عين إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

جـ) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثييها.

3) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $(\ln x-1)(2x-1-\ln x)=0$.

ب) عين معدلة المماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة التي ترتيبها $-\dfrac{1}{2}$.

4) بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $3.3<\alpha<3.4$.

5) أ) احسب القيمة المضبوطة لـ $f(e^2)$ ثم قيمة مقربة لها.

ب) ارسم (Δ) و (C_f).

6) نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty\,;0[$ بـ : $h(x)=x\ln|x|-x+\dfrac{1}{2}(\ln|x|)^2$

و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ)من أجل كل x من المجال $]-\infty\,;0[$ ،احسب $f(-x)$.ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنيين (C_f) و (C_h) .

ب) ارسم (C_h).

التمرين03:

صندوق يحتوي على 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كل الكرات متماثلة و غير متمايزة عند اللمس . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق و نسجل لونها ،ثم نعيدها الى الصندوق و نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها و ننهي التجربة .

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية :

أ) A "الحصول على كرتين بيضاوين ".

ب) B "الحصول على كرتين من نفس اللون ".

2)نعرف لعبة حظ كما يلي:تمنح لكل كرة بيضاء العلامة α $(\alpha\in\mathbb{R})$ ولكل كرة سوداء العلامة $(-\alpha)$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكرتين بمجموع النقط المحصل عليها.

أ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ب) عين قيمة العدد الحقيقي حتى تكون اللعبة مربحة .

3) نضيف $(n-3)$ كرة سوداء إلى الصندوق و نعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

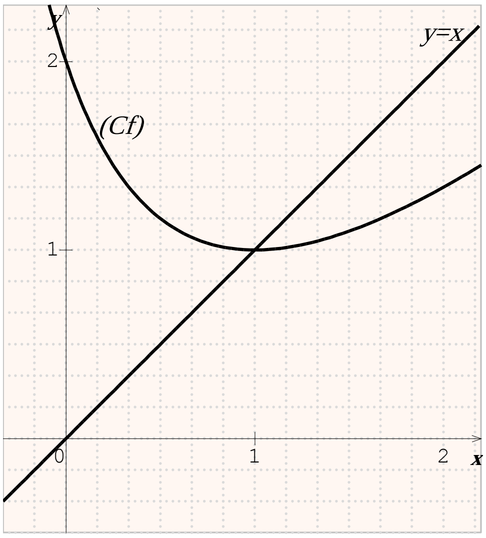
ـ ما هو عدد الكرات السوداء التي تم إضافتها إلى الصندوق علم أن احتمال الحادثة A يساوي $\dfrac{1}{4}$

الموضوع الثاني

التمرين01:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0,2]$ بـ : $f(x)=\frac{x^2-x+2}{x+1}$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,2]$
استنتج أنه إذا كان $x\in[1,2]$ فإن $f(x)\in[1,2]$



2. نعرف المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي :
$u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ من اجل كل عدد طبيعي n
أ- أنقل الشكل المقابل على ورقة الاجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0، u_1 و u_2 مبرزا خطوط الرسم
ب- ما هو تخمينك حول اتجاه تغير و تقارب المتتالية (u_n)

3. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $1<u_n\le 2$
ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما
جـ- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها

4. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0<u_{n+1}-1\le\frac{1}{3}(u_n-1)$
ب- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n-1\le\left(\frac{1}{3}\right)^n$ و أوجد مرة أخرى $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$
جـ- نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $S_n=u_1+u_2+......+u_n$
بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $n<S_n\le n+\frac{1}{2}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{S_n}{n}$

التمرين02:

f دالة معرفة على المجموعة $I=]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{x-1}+\ln(x+1)$
و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1- احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}-1}f(x)$، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1}f(x)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_f). ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2- أ) بين أن : $f'(x)=\frac{x(x-3)}{(x-1)^2(x+1)}$. ثم استنتج إشارة $f'(x)$ على I ثم شكل جدول تغيرات f .
ب) عين معادلة المماس (Δ) لـ (C_f) في نقطة ذات الفاصلة 2

3) g دالة معرفة على $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{x-1}+\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.

أ) بين أنه من أجل كل x من$]1;+\infty[$ ، $\frac{x+1}{x}>1$.ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال$]1;+\infty[$.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.ماذا تستنتج ؟

جـ)نسمي(C) التمثيل البياني للدالة$x\mapsto \ln x$.حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ(C) على $]1;+\infty[$

د) ارسم (C) و(Δ) ثم المنحنى (C_f).

4)حل بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماماm المعادلة التالية: $(x-1)\ln\left(\frac{x+1}{m}\right)=-1$

التمرين03:

صندوق A يحتوي على4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحتوي على كرية واحدة حمراء و 9 كريات سوداء مع أن كل الكريات متساوية الاحتمال .

I) يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 إلى 6 مرة واحدة في الهواء .

ـ إذا تحصل على الرقم1 يسحب كرة واحدة من الصندوقA .

ـ إذا لم يتحصل على الرقم1 فيسحب كرة واحدة من الصندوق B .

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة .

2) نسمي R الحادثة : "الحصول على كرية حمراء" بين أن $P(R)=0{,}15$

3) تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين أن احتمال أن تكون من الصندوق B أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق A

II) اللاعب يكرر هذه اللعبة مرتان (اللعبة المنصوص عليها في الجزء في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين إلى تعدادها الأول بعد اللعبة الأولى)

ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء .

نرمز بـ G إلى قيمة الربح أو الخسارة بعد اللعبتين .

1) بين أن G يأخذ القيم $2x$, $x-2$, -4 .

2) أوجد قانون الاحتمال و أحسب الأمل الرياضياتي$E(G)$ للمتغير العشوائي G بدلالة x.

3) ما هي أصغر قيمة لـ x حتى تكون اللعبة مربحة .