

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.50 نقاط)

(1) حل في \square المعادلة $z^2 + 4z + 16 = 0$

(2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}, \vec{v})$ لتكن النقط D, C, B, A حيث :

$$z_D = 3\sqrt{3} + 3i, z_C = 4e^{i\frac{\pi}{6}}, z_B = -2 - 2i\sqrt{3}, z_A = -2 + 2i\sqrt{3}$$

(أ) أكتب z_C على الشكل الجبري

(ب) أكتب z_A, z_B, z_D على الشكل المتلثي

(ج) استنتج أن النقط C, B, A تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

(د) عين زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول A إلى B

(هـ) أكتب $\frac{z_D}{z_A}$ على الشكل الآسي واستنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى D

(3) α عدد حقيقي و G_α مرجح الجملة $\{(A,1), (B,1), (C, e^\alpha)\}$

(أ) بين أن $\overrightarrow{IG}_\alpha = \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} \overrightarrow{IC}$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$

(ب) بين أن $0 < \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} < 1$ ثم استنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في \square .

التمرين الثاني: (04 نقط)

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء منها 4 كرات تحمل الرقم 1 وإثنتان تحملان الرقم 2 و ثمان

كرات خضراء ،

منها 5 كرات تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2 ، لا نميز بينها عند اللمس ،

نسحب كرتين من الكيس في آن واحد.

لتكن الحادثتان : "A" سحب كرتين من نفس اللون" و "B" سحب كرتين تحملان نفس الرقم" ،

(1) بين أن : $P(A) = \frac{43}{91}$.

(2) احسب : $P(B)$.

(3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون . ما هو احتمال أن تحملان نفس الرقم ؟

(4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

(أ) حدد قيم X .

(ب) حدد قانون الإحتمال X .

(ج) احسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري .

التمرين الثالث: (04 نقط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على \square بـ : $U_0 = \frac{1}{5}$ و $U_{n+1} = 1 - \frac{1}{2U_n + 1}$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < \frac{1}{2}$.

(2) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(1-2U_n)}{2U_n+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (U_n) .
ب/ بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها .

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = \frac{5^n U_n}{2U_n - 1}$.

أ/ اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب/ أكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم بين أن : $U_n = \frac{2^n}{2^{n+1} + 3}$ واحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

(4) احسب بدلالة n المجموع : $S_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \frac{1}{U_2} + \dots + \frac{1}{U_n}$

التمرين الرابع: (7.50 نقاط)

I / لتكن g الدالة المعرفة على \square بـ : $g(x) = (1-x)e^x + 1$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما في الشكل الموالي

(1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g

(2) أ) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $+\infty[0$; حلا وحيدا α ، ثم تحقق أن $1,2 < \alpha < 1,3$.
ب) عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

(3) أثبت أن : $e^\alpha = \frac{1}{\alpha - 1}$.

(4) أ) بإستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة :

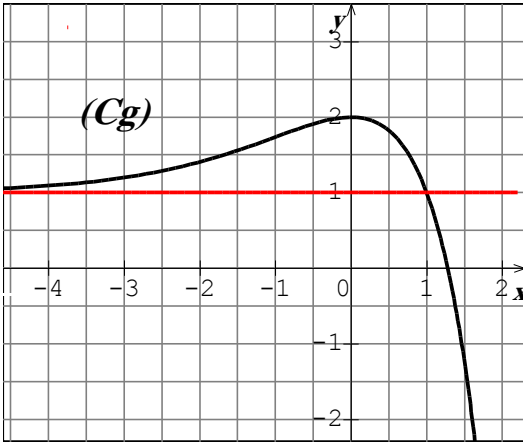
$$x \mapsto (1-x)e^x$$

ب) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى

(C_g) والمستقيمات $x = 0$ ، $x = \alpha$ ، $y = 0$.

ج- بين أن : $A(\alpha) = \frac{-3\alpha + 4}{\alpha - 1} + \alpha$ ثم أحصر $A(\alpha)$.

د) حل بيانيا : $E[g(x)] = 1$ حيث E يرمز إلى دالة الجزء الصحيح



II / لتكن f الدالة المعرفة على \square بـ : $f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

إلى المعلم المتعامد المتجانس $(\vec{o}; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول 2 cm

(1) احسب كل من : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثم $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$ فسر النتيجة بيانيا .

(2) أ) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.
ب) استنتج اتجاه التغير للدالة f وشكل جدول تغيراتها .
ج) بين أن : $0,2 < f(\alpha) < 0,3$.

(3) اكتب معادلة لمماس المنحنى في النقطة ذات الفاصلة صفر .

(4) أ) بين أن $f(-\alpha) = -1$ و أنشئ (C_f) .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $x - e^{x+m} - e^m = 0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
- (1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \square المعادلة : $z^2 - 6z + 13 = 0$,
- (2) أ) علم النقط D, C, B, A التي لواحقها : $z_A = i$, $z_B = 2$, $z_C = 3 + 2i$, $z_D = 3 - 2i$.
ب) عين نسبة وزاوية التشابه الذي مركزه A ويحول B إلى C .
ج) اكتب العدد المركب : $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الأسّي واستنتج طبيعة المثلث ABC ,
د) برهن أن B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC
- (3) S تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $z' = (1+i)z + 1$
أ) عين طبيعة S و عناصره المميزة .
ب) جد صورة B بواسطة S .
ج) بين أنه من أجل كل عدد مركب Z حيث $Z \neq i$ فإن : $\frac{Z' - Z}{i - Z} = -i$
فسر هذه النتيجة بالنسبة إلى المسافات وبالنسبة إلى الزوايا واستنتج طريقة لرسم M انطلاقاً من A و M .
- (4) أ) عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة Z حيث : $|Z - 2| = \sqrt{5}$
ب) برهن أن : $Z' - Z_C = (1+i)(Z - Z_B)$.
ج) استنتج أنه لما M تنتمي إلى (E) فإن M' تنتمي إلى دائرة (F) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .
5) ارسم (E) و (F) في نفس المعلم .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقع 30% من تلاميذ ثانوية ما ، وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوية كما يلي :

- احتمال أن يكون التلميذ مصاباً علماً أنه ملقحاً هو $\frac{1}{16}$.
- احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً علماً أنه مصاباً هو $\frac{3}{14}$.
- يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية .
نرمز بـ V إلى الحادثة " التلميذ ملقح " و نرمز بـ M إلى الحادثة " التلميذ مصاب بالمرض " .
1) شكل شجرة الاحتمالات .
2) احسب $P(V \cap M)$ احتمال أن يكون التلميذ ملقحاً ومصاب بالمرض .
3) أثبت أن : $P(M) = \frac{7}{80}$ احتمال التلميذ مصاب بالمرض .
4) احسب $P(\bar{V} \cap M)$ احتمال أن يكون غير ملقح ومصاب بالمرض ، ثم استنتج : $P_{\bar{V}}(M)$.
5) احسب : $P(\bar{V} \cap \bar{M})$.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط

$$C(1,5,-2), B(7,-1,-2), A(1,-1,4)$$

- (1) أ) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع
ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1,1,1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) , استنتج معادلة ديكراتية له

$$(2) \quad (\Delta) \text{ مستقيم تمثيله الوسيطى: } \begin{cases} x = -2t \\ y = -2-2t \\ z = -3-2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- أ) بين أن (Δ) عمودي على (ABC) ثم عين إحداثيي النقطة G نقطة تقاطعهما
ب) بين أن G مركز ثقل المثلث ABC
(3) (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A .
أ) أكتب معادلة (S)
ب) أدرس الوضع النسبي لـ (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(S) \cap (\Delta)$.

التمرين الرابع: (07 نقط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$
(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

(2) بين انه من لكل x من $]0, +\infty[$: $g(x) \geq 4$

II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

(1) أ) بين أن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

(2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) أوجده ثم أدرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f)

(3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يشمل المبدأ O ، جد معادلة له

ب) أحسب $f(1)$ ثم أنشئ (T) و (C_f) .

ج) ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx$

(4) أ) بين أن $\int_{\sqrt{e}}^e \left(\frac{-1}{2x} + \frac{\ln x}{x} \right) dx = \frac{1}{8}$

ب) استنتج بالسنتمر المربع المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمت :
 . $x = e$, $x = \sqrt{e}$, $y = \frac{1}{2}x$