مديرية التربية لولاية غرداية — وزارة التربية الوطنية

المقاطعة رقم 1 لولاية غرداية — دورة : ماي 2018

امتحان البكالوريا التجريبي — الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :03 سا و 30 د

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على كريتين بيضاويين وأربع كرات سوداء.

I) نسحب على التوالي أربع كرات من هذا الصندوق بإرجاع الكرة المسحوبة.

1) أحسب عدد الإمكانيات الكلية لهذه التجربة.

2) أحسب في كل حالة من الحالتين التاليتين احتمال الحصول على:

ا) ثلاث كرات سوداء وكرة بيضاء بهذا الترتيب.

ب) ثلاث كرات سوداء وكرة بيضاء.

II) n عدد طبيعي غير معدوم. نسحب على التوالي n كرة من هذا الصندوق بإرجاع الكرة المسحوبة.

نرمز بالرمز P_n إلى إحتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة فقط في السحب n .

1) أحسب P_1 ، P_2 و P_3 .

2) ا) بين أن $P_n = \frac{1}{3}(\frac{2}{3})^{n-1}$.

ب) أكتب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = P_1 + P_2 + ... + P_n$

ج) أحسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O; \overrightarrow{i}; \overrightarrow{j}; \overrightarrow{k}\right)$. نعتبر النقط $A(-2;0;1)$ ، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$.

1) ا) أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم الطولين AB و AC .

ب) عين قيسا بالدرجات مدورا إلى الوحدة للزاوية $\widehat{BAC}$.

ج) استنتج أن النقط A ، B و C ليست على استقامية.

د) أثبت أن: $2x - y + 2z + 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) لتكن (P_1) و (P_2) المستويين ذي المعادلتين $x + y - 3z + 3 = 0$ و $x - 2y + 6z = 0$ على الترتيب.

• بين أن المستويين (P_1) و (P_2) متقاطعين في مستقيم (Δ) له تمثيل وسيطي : $\begin{cases} x = -2 \\ y = -1 + 3t \; ; \; (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$

3) بين ان المستقيم (Δ) و المستوي (ABC) متقاطعان ثم حدد إحداثيات نقطة تقاطعهما.

4) ليكن (S) سطح الكرة ذات المركز $\Omega(1;-3;1)$ ونصف القطر $r=3$.

ا) أعط معادلة ديكارتية لـ (S) .

ب) حدد تقاطع (S) مع المستوي (ABC) .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) a و b عددان حقيقيان.

1) انشر الجداء $(a+b)(a^2-ab+b^2)$

2) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^3+8=0$

II) نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$ النقط A ، B و D التي لواحقها: $z_A=-2$ ، $z_B=1-\sqrt{3}i$ ، $z_D=1+\sqrt{3}i$

1) علم النقاط A ، B و D.

2) ا) أكتب على الشكل الأسي العدد المركب α حيث: $\alpha=\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_A}$

ب) استنتج نوع المثلث ABD .

ج) أكتب معادلة للدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABD.

3) لتكن C مرجح الجملة $\{(A,-1),(B,1),(D,1)\}$

ا) عين z_C لاحقة النقطة C ثم حدد مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

ب) أحسب قيسا بالرديان للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{DC},\overrightarrow{DO})$ ثم استنتج الوضع النسبي للمستقيم (DC) و الدائرة (C) .

4) لتكن (I) مجموعة النقط M التي لواحقها z حيث: $k\in\mathbb{Z},\ arg(\overline{z}+2)=\dfrac{\pi}{6}+2k\pi$

- تحقق أن النقطة B تنتمي إلى المجموعة (I) ثم حدد (I) .

5) R الدوران الذي مركزه النقطة D ويحول النقطة A إلى النقطة B .

ا) أكتب العبارة المركبة للدوران R.

ب) تحقق أن: $R(B)=C$ ثم استنتج صورة المثلث ABD بالدوران R.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) a و b عددان حقيقيان و h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ كمايلي: $h(x)=ax+b-ln|x|$

جدول تغيرات الدالة h كالتالي:

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$+$	
$h(x)$		↗	‖	↘	$ln2$	↗	

1) أحسب $h'(x)$ بدلالة a.

2) بين أن $a=2$ و $b=-1$.

3) ا) بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]-\frac{1}{4},-\frac{1}{8}[$

ب) بقراءة لجدول تغيرات الدالة h شكل جدول إشارة $h(x)$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\begin{cases} x^2-\frac{1}{2}xln(x)^2 & ,x\neq 0 \\ 0 & ,x=0 \end{cases}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا.

3) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

4) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=h(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $f(x)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f .

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيينها .

6) تحقق أن $f(\alpha)=\alpha-\alpha^2$ ثم استنتج حصر للعدد $f(\alpha)$.

7) ارسم في المجال $[\frac{-3}{2},\frac{5}{2}]$ المنحنى (C_f).

8) ا) باستعمال المكاملة بالتجزئة أوجد الدالة الأصلية للدالة $x\mapsto xlnx$ على المجال $]0,+\infty[$ و التي تنعدم عند 1.

ب) احسب S مساحة الحيز المستوي تحت المنحنى (C_f) والمحصور بين المستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=2$.

الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3x-1}{2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$

كما هو موضح في الشكل (1) . وليكن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$

1) (U_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $\begin{cases} U_0=2 \\ U_{n+1}=f(U_n) \end{cases}$

ا) مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 على محور الفواصل مبرزا خطوط الإنشاء.

ب) خمن اتجاه تغير وتقارب المتتالية (U_n) .

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n>1$ ثم بين أن (U_n) متناقصة .

د) استنتج ان المتتالية (U_n) متقاربة .

2) ا) اثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n فان: $U_{n+1}-1\leq\dfrac{1}{2}(U_n-1)$.

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $U_n-1\leq(\dfrac{1}{2})^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (U_n).

3) لتكن (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $V_n=\dfrac{U_n-1}{2U_n-1}$

ا) بين أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

ب) احسب المجموع S_n بدلالة n حيث: $S_n=\dfrac{V_0-1}{U_0}+\dfrac{V_1-1}{U_1}+\dfrac{V_2-1}{U_2}+...+\dfrac{V_n-1}{U_n}$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

ثلاث صناديق A ، B ، C يحوي كل منها 10 كريات متماثلة بحيث:

الصندوق A: يحوي كريتين حمراوتين و 8 كريات خضراء.

الصندوق B: يحوي 3 كريات حمراء و 7 كريات خضراء .

الصندوق C: يحوي 4 كريات حمراء و 6 كريات خضراء.

نأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه كرية واحدة عشوائيا.

1) شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية.

2) ماحتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء.

3) ماحتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء و من الصندوق الأول.

4) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء.فماهواحتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية: $z^2+\alpha z+4=0...(I)$

1) عين العدد الحقيقي α حتى يكون العدد $(\sqrt{3}+i)$ حلا للمعادلة (I) ثم استنتج الحل الآخر.

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $\left(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ}\right)$.

نعتبر النقط A ، B ، C و D صور الأعداد المركبة: $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=i$ و $z_D=-z_A$.

ا) أكتب كل من: z_A ، z_B ، z_C و z_D على الشكل الأسي.

ب) لتكن المجموعة (Ω) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق:

$z = 2e^{i\theta}$ ، θ تمسح $\mathbb{R}$

- أثبت أن النقط A ، B و D تنتمي للمجموعة (Ω).
- عين المجموعة (Ω) ثم أنشئها.

3) ا) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي مركزه A ويحول B إلى C محددا نسبته وزاويته.

ب) حدد طبيعة المثلث ABC ثم احسب مساحته .

ج) بين أن مساحة المثلث ACC' صورة المثلث ABC بالتشابه S هي $\frac{3}{4}\sqrt{3}(ua)$

4) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق:

$$arg(z^2+3) = arg(z+i\sqrt{3}) + 2k\pi ...(II)$$

ا) بين أن (II) تكافئ: $arg(z-i\sqrt{3}) = 2k\pi$.

ب) إستنتج طبيعة المجموعة (E) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j}\right)$.

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = e^x + 2 - x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج اشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x + (x-1)e^{-x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x) = e^{-x}g(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $(+\infty)$ ثم ادرس الوضع النسبي لهما.

4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) الذي يوازي المستقيم (Δ) .

6) ا) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.

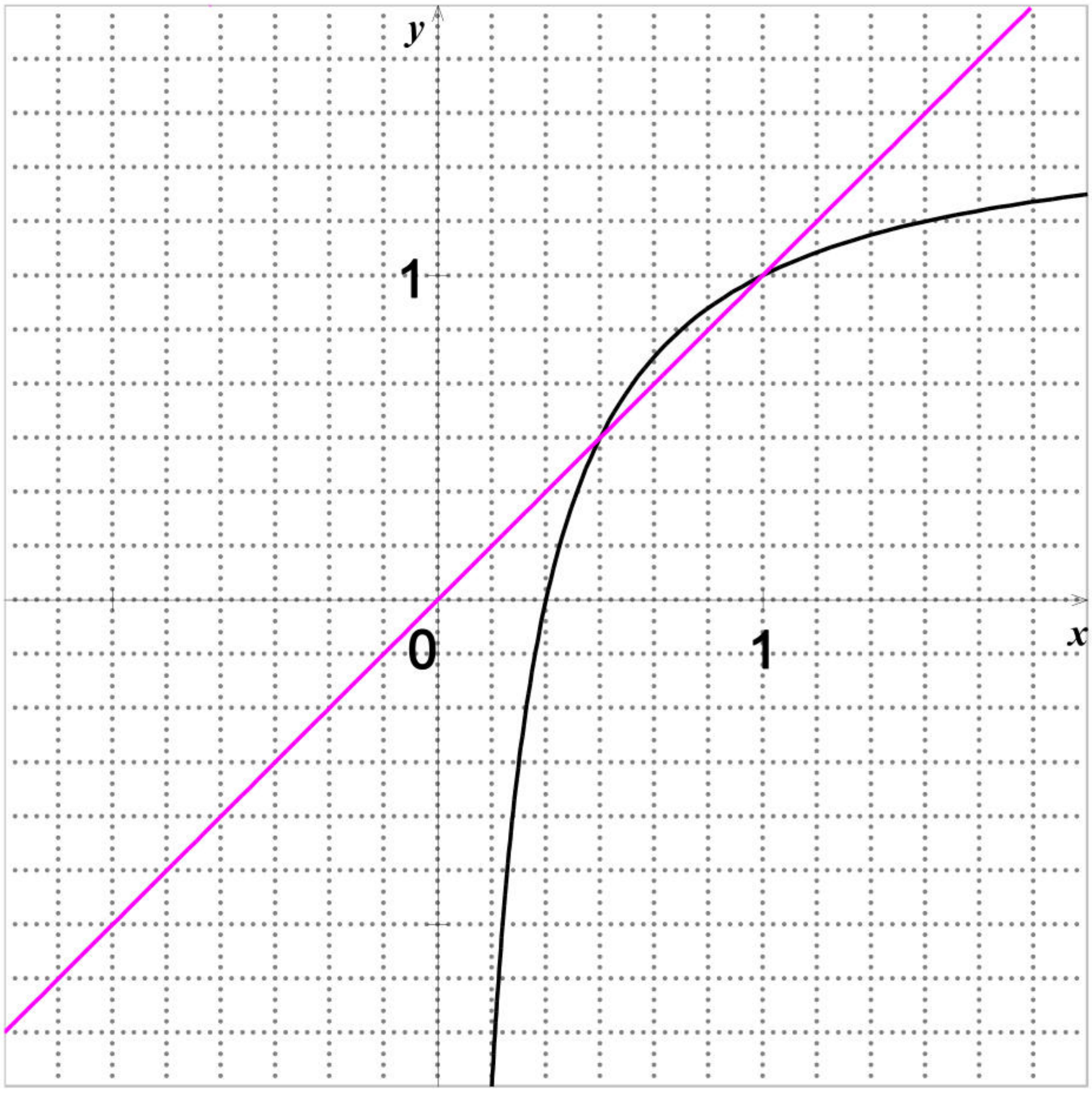
ب) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f) .

7) ا) بين أن الدالة $x \mapsto -xe^{-x}$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto (x-1)e^{-x}$ على المجال $]1,+\infty[$.

ب) احسب S_α مساحة المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 1$ و $x = \alpha$.

ج) احسب $\lim\limits_{\alpha\to+\infty} S_\alpha$.

8) ناقش حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة $m = \frac{x-1}{e^x}$.



الشكل1