مـــديرية التربية لولاية بسكرة | ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية

المستوى:الثالثة ثانوي | المـوسم الدراسي : 2019/2018

الشعبـة : العلوم التجريبية | المـــــــــــدة : 3 ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول: 5 نقاط :

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التبرير:

	أ	ب	ج
1. إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ فان $\lim_{x\to-\infty} f\left(\frac{1}{e^x}\right)$ تساوي	$+\infty$	$-\infty$	0
2. إذا كانت f دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $x \le f(x) \le x^2$ و g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=\frac{f(x)}{e^x}$ فان:	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=2$	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
3. إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 فان $\lim_{h\to0}\frac{f(1)-f(1+2h)}{2h}$ تساوي :	$f'(1)$	$-f'(1)$	$+\infty$
4. مجموعة حلول المتراجحة: $e^{-3x+2} \le 1$ هي	$\left]-\infty;\frac{2}{3}\right]$	$\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$	IR
5 . حل المعادلة التفاضلية $y'=2y-2$ والذي يحقق $u(0)=0$ هو u	$u(x)=-e^{-2x}-1$	$u(x)=e^{2x}+1$	$u(x)=-e^{-2x}+1$

التمرين الثاني: 7 نقاط :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\left(ax^2+bx+c\right)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

1- عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل $\left(C_f\right)$ عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x)=0$.

2- نضع $a=1$, $b=0$, $c=-3$

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3- أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع حامل محور الفواصل .

4- أرسم (T) و $\left(C_f\right)$.

5- m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$.

التمرين الثالث: 8 نقاط :

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ؛ $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g .

2- ادرس إشارة $g(x)$. (لاحظ أن g(1)=0)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

1- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

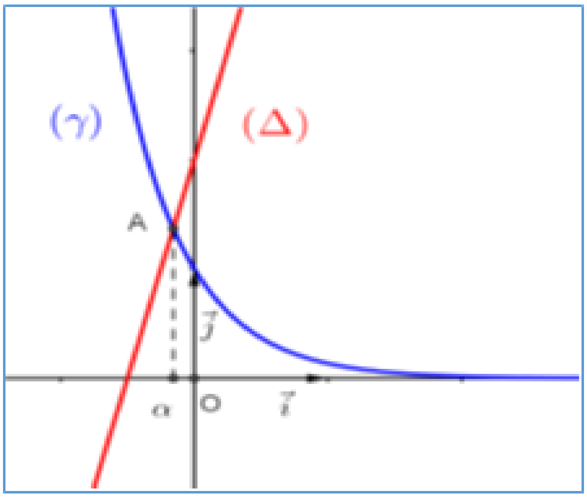
3- أنشئ المنحنى (C).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 5 نقاط : في كل سؤال يوجد اقتراح واحد صحيح ، المطلوب تعيينه مع التبرير:

الرقم	السـؤال	أ	ب	ج
1	علما ان f تقبل الاشتقاق عند 3 اذن: $\lim_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{-x+3}=$	$f'(3)$	$-f'(3)$	$f'(-3)$
2	f دالة معرفة على IR وتحقق $f(-1)=\frac{1}{2}$ فإن:	$\lim_{x\to+\infty} f(e^{-x}-1)=-\frac{1}{2}$	$\lim_{x\to+\infty} f(e^{-x}-1)=e^{\frac{1}{2}}$	$\lim_{x\to+\infty} f(e^{-x}-1)=\frac{1}{2}$
3	حل المعادلة التفاضلية $y'+2y+3=0$ الذي يحقق $f(0)=1$	$f(x)=\frac{5}{2}e^{-x}-\frac{3}{2}$	$f(x)=\frac{5}{2}e^{-2x}-\frac{3}{2}$	$f(x)=\frac{5}{2}e^{-2x}+\frac{3}{2}$
4	مجموعة حلول المتراجحة: $\ln x^2>\ln(2x-1)$	$\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$	$\left]\frac{1}{2};1\right[\cup]1;+\infty[$	$]-\infty;+\infty[$
5	عدد حلول المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ في IR	2	1	0

التمرين الثاني: 7 نقاط :



1) (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=4x+2$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) .

g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{-2x}-4x-2$.

أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ب) تحقق أن: $-0.16<\alpha<-0.15$.

2) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$f(x)=x+3-2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.الوحدة **2cm**.

أ) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=e^{2x}g(x)$ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يُطلب تعيين معادلة له ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D).

4) بين أن : $f(\alpha)=\frac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$.

5) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) يطلب تعيين معادلة له .

6) أرسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 3.07$) .

التمرين الثالث: 8 نقاط :

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2. استنتج انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $g(x)\geq\frac{1}{2}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+2\ln x}{2x}$

(C_f):التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(الوحدة *2cm*)

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

ب) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ).

3. أ) احسب $f'(x)$ ، ثم بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{2}<\alpha<1$

5. أنشئ (C_f) ، (Δ) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

بالتوفيق للجميع

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

إختبار مادة : الرياضيات **المستوى: الثالثة ثانوي شعبة العلوم التجريبية**

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td>الدوال العددية</td><td>

التمرين الأول:

1: 0(نهاية مركب دالتين) لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{e^x}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ ....

2: 0 **(النهاية بالحصر) لأن:** $x\le f(x)\le x^2$ **و منه** $\frac{x}{e^x}\le\frac{f(x)}{e^x}\le\frac{x^2}{e^x}$ و
$\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x}{e^x}\le\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{e^x}\le\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}$ **أي** $0\le\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)\le 0$ **ومنه**
$\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=0$ ....

3: $-f'(1)$ **لأن:** $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(1)-f(1+2h)}{2h}=-\lim\limits_{k\to0}\frac{f(1+k)-f(1)}{k}=-f'(1)$ ....

4: $\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$ **لأن:** $e^{-3x+2}\le 1$ **تكافيء** $e^{-3x+2}\le e^0$ **ومنه** $-3x+2\le 0$ **ومنه**
$-3x\le -2$ **ومنه** $x\ge\frac{2}{3}$ ....

5: $f_{-1}(x)=-e^{2x}+1$ **لأن: حلول المعادلة التفاضلية** $y'=2y-2$ **هي الدوال**
$f_c(x)=ce^{2x}+1$ و $f(0)=0$ **معناه** $c=-1$ ....

</td><td>1

1

1

1

1</td><td>05</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>.........</td><td>.........</td></tr>
<tr><td></td><td>

التمرين الثاني:

1) تعيين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c:

* $f(0)=-3$ و هذا يعني $c=-3$.

* $f'(x)=\left[-ax^2+(2a-b)x+b-c\right]e^{-x}$ ومنه $f'(0)=3$ يعني $b-c=3$ اي $b=0$.

* $f\left(\sqrt{3}\right)=0$ يعني ان $f\left(\sqrt{3}\right)=(3a-3)e^{-\sqrt{3}}=0$ و منه $a=1$ ....

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-3\right)e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^2}{e^x}=0$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x^2\right)e^{-x}=+\infty$ ....

دراسة اتجاه تغير الدالة f : المشتقة : $f'(x)=\left(-x^2+2x+3\right)e^{-x}$ إشارتها من إشارة $\left(-x^2+2x+3\right)$ تنعدم عند العددين 3 و -1 و منه f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ متزايدة على المجال $[-1;3]$ و شكل جدول تغيراتها:

$$\begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -1 & & 3 & & +\infty \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & -2e & \nearrow & \frac{6}{e^3} & \searrow & 0 \end{array}$$

3) كتابة معادلة لـ (T) مماس المنحنى $\left(C_f\right)$: معادلة المماس هي $y=3x-3$.

</td><td>0.75

0.5+0.5

0.5+0.5

0,5

0.5</td><td>07</td></tr>
</table>

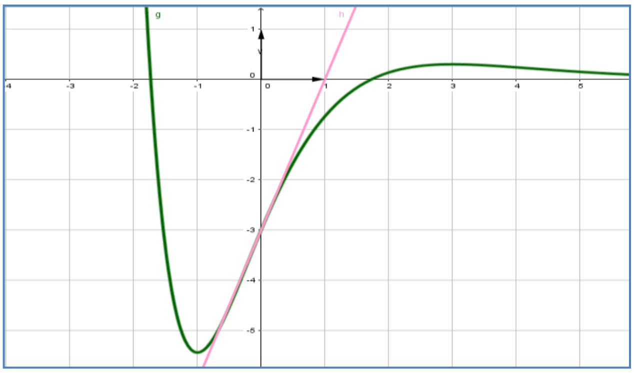
الدوال العددية

0,5 تعيين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل : $f(x)=0$ يكافئ

$x^3-3=0$ اي ان $x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$ أي نقطتي التقاطع هما $A(\sqrt{3};0)$ و $B(-\sqrt{3};0)$.

4) رسم (T) و (C_f) :

1



5) المناقشة بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$:

0.5 المعادلة تكافئ $me^x=-(x^2-3)$ أي ان $-m=(x^2-3)e^{-x}$ يكافئ $-m=f(x)$.

حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ_m) ذو المعادلة $y=-m$.

المناقشة :

1

- لما $-m<-2e$ أي ان $m>2e$ نلاحظ ان (Δ_m) و (C_f) لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول .
- لما $-m=-2e$ أي ان $m=2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب.
- لما $-3>-m>-2e$ أي ان $3<m<2e$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما سالبان ومنه للمعادلة حلين سالبين.
- لما $-m=-3$ أي ان $m=3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الأخر سالب .
- لما $0\geq -m>-3$ أي ان $0\leq m<3$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة .
- لما $\frac{6}{e^3}>-m>0$ أي ان $-\frac{6}{e^3}<m<0$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلاتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .
- لما $-m=\frac{6}{e^3}$ أي أن $m=-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطتhن فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الإشارة
- لما $-m>\frac{6}{e^3}$ أي ان $m<-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن (Δ_m) و (C_f) يتقاطعان في نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب .

تصحيح التمرين الثالث:

(I

1: تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$:

لنا $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln(x)$ و منه $g'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}=\dfrac{x^2+1-2x}{x^2}=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$. 1

استنتاج اتجاه تغير الدالة g : مما سبق نجد أن $g'(x)\geq 0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$. 0.5

2: دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي : 0.5

x	0	1	$+\infty$
إشارة $g(x)$	-	0	+

0.5

(II

1 : تبيان ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{[\ln(x)]^2}{x}=0$:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{[\ln(x)]^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left[\ln\left(\left(\sqrt{x}\right)^2\right)\right]^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left[2\ln\left(\sqrt{x}\right)\right]^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2}=\lim_{x\to+\infty}4\left[\frac{\ln\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\right]^2=0$$ 0.5

لان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$ (التزايد المقارن).

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[1+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{(\ln x)^2}{x}-\dfrac{2}{x}\right]=+\infty$ لان

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{(\ln x)^2}{x}-\dfrac{2}{x}\right]=0$. 0.5

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$: لدينا

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x-\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2-2=x+\frac{1}{x}-(-\ln x)^2-2=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2=f(x)$$ 0.5

حساب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$: $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و منه المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقارب موازيا لمحور التراتيب معادلته $x=0$. 0.5+0.5

08

2: تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ بالحساب نجد

$f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ ومنه

$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-2\frac{1}{x}(\ln x)=\frac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{x}=\frac{g(x)}{x}$$ 1

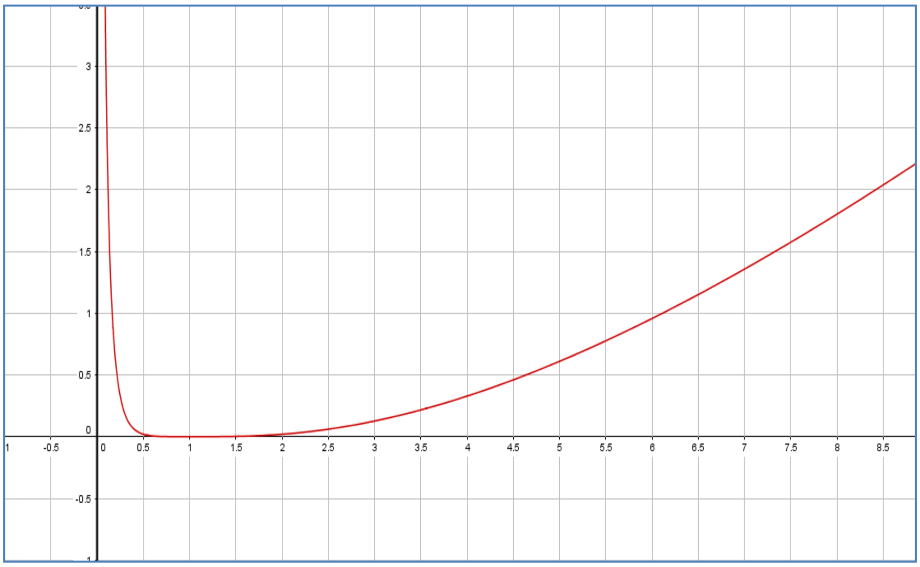
جدول تغيرات الدالة f :

1

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3: رسم المنحني (C) :

1



05

تصحيح الموضوع الثاني:

تصحيح التمرين الأول:

1: $-f'(3)$ لأن: $\lim_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{-x+3}=\lim_{x\to3}-\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=-\lim_{x\to3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3}=-f'(3)$ (تعريف العدد المشتق). 1

2: $\frac{1}{2}$ (نهاية دالة مركبة) لأن: $\lim_{x\to+\infty}f\left(e^{-x}-1\right)=\lim_{x\to-1}f(x)=f(-1)=\frac{1}{2}$. 1

3: $f(x)=\frac{5}{2}e^{-2x}-\frac{3}{2}$ لأن: المعادلة تكتب $y'=-2y-3$ وحلها هي الدوال المعرفة على IR بـ: 1
$f_c(x)=ce^{-2x}-\frac{3}{2}$.و $f(0)=1$ معناه $c-\frac{3}{2}=1$ ومنه نجد $c=\frac{5}{2}$.

4: $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ لأن: أولا المتراجحة معرفة على $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ و $\ln x^2>\ln\left(2x-1\right)$ معناه $x^2>2x-1$ 1
ومنه $\left(x-1\right)^2>0$ وهذه المتراجحة محققة من اجل كل $x\in\mathbb{R}-\{1\}=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ ومنه نجد
مجموعة حلول المتراجحة المعطاة هي $S=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[\cap\left]\frac{1}{2};+\infty\right[=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.

5: حل واحد: لأن: بوضع $t=e^x$ نجد $t^2-3t-4=0$ والتي لها حلان هما $t_1=4$ و $t_2=-1$ وحيث 1
ان الحل السالب مرفوض لان $t=e^x>0$.

تصحيح التمرين الثاني:

(1

أ) تحديد الوضعية: (γ) يقع فوق (Δ) على المجال $]-\infty;\alpha[$ و تحت (Δ) على $]\alpha;+\infty[$ و (γ) يقطع (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة α.

* استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$: 1

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

ب) التحقق أن $-0.16<\alpha<-0.15$:
لدينا: $g\left(-0.16\right)\cdot g\left(-0.15\right)=0.017\times\left(-0.05\right)<0$ ومنه ح ن ق م $-0.16<\alpha<-0.15$ **.** 0.5

(2

أ) حساب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$:

$\lim_{x\to-\infty}f\left(x\right)=\lim_{x\to-\infty}\left(x+3-2\,x\,e^{2x}\right)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty}f\left(x\right)=\lim_{x\to+\infty}x\left(1+\frac{3}{x}-2\,e^{2x}\right)=-\infty$. 0.5

ب) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x)=e^{2x}g(x)$: الدالة f قابلة للاشتقاق
على $\mathbb{R}$ ولدينا : $f'\left(x\right)=1-2\;e^{2x}-4\,x\,e^{2x}=e^{2x}\left(e^{-2x}-4x-2\right)=e^{2x}g\left(x\right)$ 0.5+0.5
ومنه إشارة $f'\left(x\right)$ من إشارة $g\left(x\right)$ إذن : الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$
ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f : 0.5

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ $-\infty$

07

3) تبيان أنّ المنحني $\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D):

0.5 لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2\,x\,e^{2x}\right)=0$ و منه المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+3$ مستقيم مقارب للمنحني $\left(C_f\right)$ عند $-\infty$.

* دراسة وضعية $\left(C_f\right)$ بالنسبة لـ (D):

لدينا $\left[f(x)-(x+3)\right]=-2\,x\,e^{2x}$ و منه إشارة الفرق $\left[f(x)-(x+3)\right]$ هي عكس إشارة

0.5 x إذن $\left(C_f\right)$ يقع تحت (D) على المجال $]0;+\infty[$ و فوق (D) على المجال $]-\infty;0[$ و $\left(C_f\right)$ يقطع (D) في النقطة ذات الإحداثيات $(0;3)$.

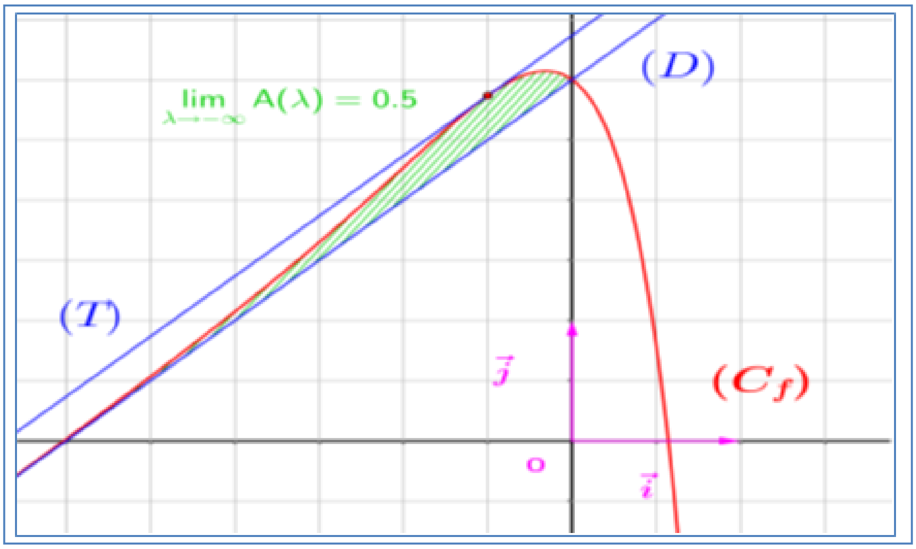
4) تبيان أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$:

0.5 لدينا $g(\alpha)=0$ معناه: $e^{-2\alpha}-4\alpha-2=0$ أي: $e^{2\alpha}=\dfrac{1}{4\alpha+2}$ نعوض نجد:

$$f(\alpha)=\alpha+3-2\,\alpha\times\frac{1}{4\alpha+2}=\alpha+3-\alpha\times\frac{1}{2\alpha+1}=\frac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$$

5) رسم المستقيم (D) والمنحنى $\left(C_f\right)$:

1



6) إثبات أن $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) :

لدينا $f'(x)=1$ تكافئ $-2\ e^{2x}-4\,x\,e^{2x}=0$ أي أن $-2e^{2x}(2x+1)=0$ ومنه $2x+1=0$

1 إذن $x=\dfrac{-1}{2}$. ومنه $\left(C_f\right)$ يقبل مماسا (T)موازيا للمستقيم (D) عند النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{-1}{2}$ معادلته : $y=x+3+\dfrac{1}{e}$.

تصحيح التمرين الثالث:

.I

1) دراسة تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها:

0.5 • النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)=+\infty$

• دراسة اتجاه تغير الدالة g :

0.5 حساب $g'(x)$: $g'(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$

0.5 دراسة إشارة $g'(x)$: من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ، لدينا : $0 < g'(x) > 0$

•تشكيل جدول تغيرات الدالة g :

0.5

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

08

2) استنتاج انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $g(x)\geq\dfrac{1}{2}$:................

لدينا من جدول التغيرات : الدالة المشتقة g' تنعدم من اجل $x=1$ وتغير من اشارتها عند تلك القيمة اذن فان $g(1)=\dfrac{1}{2}$ هي قيمة حدية صغرى للدالة g اي من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $g(x)\geq\dfrac{1}{2}$. 1

(II

0.5 1) حساب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=-\infty$

2) أ) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$:

0.5 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\dfrac{1}{2}x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$.

ب) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) : $d(x)=f(x)-\dfrac{1}{2}x=\dfrac{\ln x}{x}$

0.5

x	0		1		$+\infty$
$d(x)$		$-$	0	$+$	

• لما x من المجال $]0;1[$: (C_f) يقع تحت (Δ)

• لما $x=1$: (Δ) يقطع (C_f)

• لما x من المجال $]1;+\infty[$: (C_f) يقع فوق (Δ)

3) أ) حساب $f'(x)$ ، ثم بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$:

$$f'(x)=\left(\frac{x^2+2\ln x}{2x}\right)'=\frac{\left(2x+\frac{2}{x}\right)2x-2\left(x^2+2\ln x\right)}{4x^2}=\frac{\frac{1}{2}x^2-2\ln x+1}{x^2}=\frac{g(x)+1}{x^2}$$

0.5

لدينا من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $x^2 \succ 0$ اذن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

- دراسة إشارة $f'(x)$:

x من المجال $]0;+\infty[$ ، لدينا اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$

0.5

بما ان اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا $g(x)\ge\frac{1}{2}$ فان $g(x)+1\ge\frac{3}{2}\succ 0$ اذن

من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $f'(x)\succ 0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

0.5

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	‖ +	
$f(x)$	‖ $-\infty$ ↗	$+\infty$

4) تبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{2}<\alpha<1$: الدالة f مستمرة

(مع البرهان) ورتيبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ $f(\frac{1}{2})\times f(1)<0$ اذن حسب مبرهنة

القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$.

1

5) أنشاء $\left(C_f\right)$ و $\left(\Delta\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$:

1