

إختبار الفصل الأول فإح مادة الرياضيات

G تأخذ بعين الإعتبار طريقة الحل و نظافة الورقة .

التمرين الأول :

(u_n) متتالية عددية معرفة كما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ 9u_{n+1} - 6u_n + 8 = 0 \end{cases}$$
 من أجل كل عدد

طبيعي n من N I. أوجد قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) متتالية ثابتة .في كل ما يلي تأخذ : $\alpha = 2$.

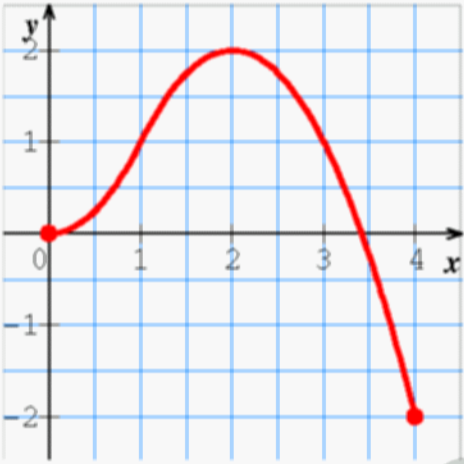
II. و نعرف المتتالية العددية (v_n) كما يلي :
$$v_n = u_n + \frac{8}{3}$$
 من أجل كل عدد طبيعي n

من N 1. أحسب u_1, u_2 .2. بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها q و حدها الأول v_0 . يطلب إيجادهم .3. أكتب عبارة v_n ثم عبارة u_n بدلالة n .4. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 5. أحسب المجموع S_1 حيث : $S_1 = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ 6. استنتج المجموع S_2 حيث : $S_2 = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثاني :

الشكل التالي يمثل المنحني البياني لدالة f معرفة على $[0; 4]$ 1. شكّل جدول تغيرات الدالة f .2. هل الدالة f مستمرة على المجال $[0; 4]$ ؟ علل .

3. بقراءة بيانية أحسب القيمة الحدية الكبرى ؟

4. مثل بيان الدالة g حيث : $g(x) = |f(x)|$ 

التمرين الثالث :

في سنة 2004 صندوق التقاعد يفتح على منخرطيه جدول دفع الإشتراك السنويات السابقة في كل

ثلاثي (ثلاثة أشهر)

| سن المنخرط بالسنوات | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 |
|--|------|------|------|------|------|
| x_i الرتبة | 0 | 1 | 3 | 3 | 4 |
| المبلغ y_i للإشتراك في كل ثلاثي بالدينار | 2229 | 2285 | 2340 | 2394 | 2449 |

1. أحسب إرتفاع النسبة المئوية للدفع في كل ثلاثي لأجير عمره يقارب 54 سنة و أجير عمره يقارب 58 سنة

(تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة) .

2. مثل سحابة النقط المرفقة للسلسلة $M(x_i; y_i)$

2 cm. كمبدأ و وحدة الطول 0 في معلم متعامد : على محور الفواصل يأخذ

20 DA. لكل 1 cm كمبدأ و 2200 على محور التراتيب يأخذ

3. عين إحداثيي النقطة المتوسطة G .

4. عين معادلة مختصرة لمستقيم الإخدار (Δ) بطريقة المربعات الدنيا .

5. بهذا التعديل التآلفي كم يصبح المبلغ المدفوع كل ثلاثي لأجير عمره 60 سنة ؟

إختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات 3 ت.إ

الحل النموذجي

التعريف الأول

I. تعيين قيم α حتى تكون المتتاليات (u_n) متتاليات ثابتة :

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n = u_0 = \alpha \\ 9\alpha - 6\alpha + 8 = 0 \end{cases} \quad (u_n) \text{ ثابتة أي أن كل حدودها متساوية} \quad \begin{cases} u_0 = \alpha \\ 9u_{n+1} - 6u_n + 8 = 0 \end{cases}$$

ومنه نجد : $\alpha = -\frac{8}{3}$

II. $2 = \alpha$ نعرف المتتاليات (v_n) كما يلي : $v_n = u_n + \frac{8}{3}$ مع $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9}$ ، $u_0 = 2$

$$\begin{cases} u_1 = \frac{2}{3}u_0 - \frac{8}{9} = \frac{2}{3}(2) - \frac{8}{9} = \frac{4}{3} - \frac{8}{9} = \frac{12}{9} - \frac{8}{9} = \frac{4}{9} \\ u_2 = \frac{2}{3}u_1 - \frac{8}{9} = \frac{2}{3}\left(\frac{4}{9}\right) - \frac{8}{9} = \frac{8}{27} - \frac{8}{9} = \frac{8-24}{27} = \frac{-16}{27} \end{cases} \quad \text{1. حساب } u_1, u_2 :$$

$$\begin{cases} v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{8}{3} \dots\dots\dots(1) \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \dots\dots\dots(2) \\ u_n = v_n - \frac{8}{3} \dots\dots\dots(3) \end{cases} \quad \text{2. تبيان أن } v_n \text{ متتالية هندسية : لدينا}$$

$$\begin{cases} v_{n+1} = u_{n+1} + \frac{8}{3} \\ v_{n+1} = \left(\frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9}\right) + \frac{8}{3} = \frac{2}{3}u_n + \frac{16}{9} \\ v_{n+1} = \frac{2}{3}\left(v_n - \frac{8}{3}\right) + \frac{16}{9} = \frac{2}{3}v_n - \frac{16}{9} + \frac{16}{9} \\ v_{n+1} = \frac{2}{3}v_n \end{cases} \quad \text{بتعويض (2) في (1) ثم تعويض (3) نجد :}$$

ومنه المتتالية v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$

حساب الحد الأول v_0 : لدينا $v_n = u_n + \frac{8}{3}$: ومنه $v_0 = u_0 + \frac{8}{3} = 2 + \frac{8}{3} = \frac{14}{3}$

$$\text{3. عبارة الحد العام لـ } v_n : v_n = v_0 \times (q)^{n-p} \leftarrow v_n = v_0 \times (q)^n \leftarrow v_n = \frac{14}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$$

$$\text{عبارة الحد العام لـ } u_n : u_n = v_n - \frac{8}{3} \leftarrow u_n = \frac{14}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n - \frac{8}{3}$$

4. النهاية لـ v_n : بما أن v_n متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3} < 1$ فإن $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$

النهاية لـ u_n : بما أن u_n متتالية عددية معرفة بـ : $u_n = v_n - \frac{8}{3}$

$$\text{فإن : } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(v_n - \frac{8}{3}\right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{8}{3} = 0 - \frac{8}{3} = -\frac{8}{3}$$

أي : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\frac{8}{3}$

5. حساب المجموع S_1 حيث :

$$S_1 = v_0 + v_1 + \dots\dots\dots + v_n \quad \text{مجموع } n+1 \text{ حد لتتالية هندسية}$$

$$S_1 = v_0 \left(\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \right) = \frac{14}{3} \left(\frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)} \right) = \frac{14}{3} \left(\frac{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}}{\left(\frac{1}{3}\right)} \right)$$

$$S_1 = \frac{3}{1} \times \frac{14}{3} \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right) = 14 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right)$$

حساب المجموع S_2 حيث :

$$S_2 = u_0 + u_1 + \dots\dots\dots + u_n \quad \text{مجموع } n+1 \text{ حد لتتالية عددية}$$

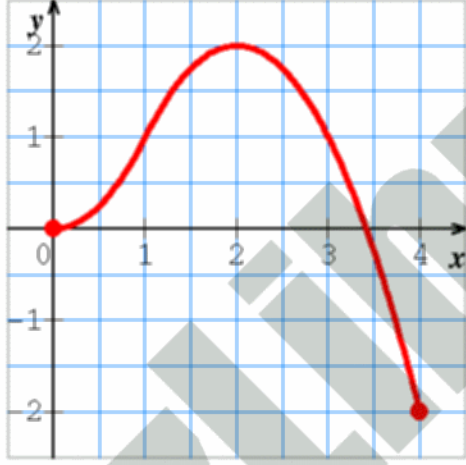
$$S_2 = (v_0 - \frac{8}{3}) + (v_1 - \frac{8}{3}) + \dots\dots\dots + (v_n - \frac{8}{3})$$

$$S_2 = (v_0 + v_1 + \dots\dots\dots + v_n) - \left(\frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \dots\dots\dots + \frac{8}{3}\right)$$

$$S_2 = S_1 - \frac{8}{3}(n+1)$$

$$S_2 = 14 \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} \right) - \frac{8}{3}(n+1)$$

التعريف الثاني



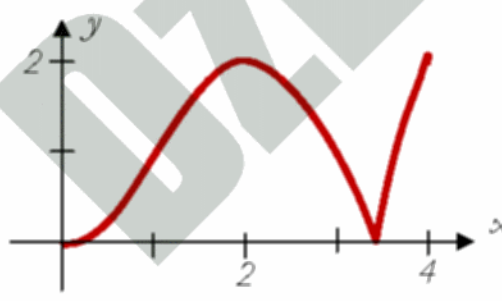
1 جدول تغيرات الدالة f هو كما يلي :

| | | | |
|---------|---|----|----|
| x | 0 | +2 | 4 |
| $f'(x)$ | + | 0 | - |
| $f(x)$ | 0 | 2 | -2 |

2 الدالة f دالة مستمرة على $[0; 4]$ لأن المنحنى مرسوم دون رفع القلم .

3 القيمة الحدية الكبرى هي 2 عند فاصلة 2 .

4 البيان الممثل للدالة g حيث : $g(x) = |f(x)|$



التعريف الثالث

في سنة 2004 صندوق التقاعد يفتح على منخرطيه جدول دفع الإشتراك السنوات السابقة في كل ثلاثي (ثلاثة أشهر)

| | | | | | |
|--|------|------|------|------|------|
| سن المنخرط بالسنوات | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 |
| الرتبة x_i | 0 | 1 | 3 | 3 | 4 |
| المبلغ y_i للإشتراك في كل ثلاثي بالدينار | 2229 | 2285 | 2340 | 2394 | 2449 |

1. حساب إرتفاع النسبة المتوية للدفع في كل ثلاثي لأجير عمره بفارب 54 سنة و أجير عمره بفارب 58 سنة

$$S = \frac{2449 - 2229}{2229} \times 100 = 9,86 \% = 10 \%$$

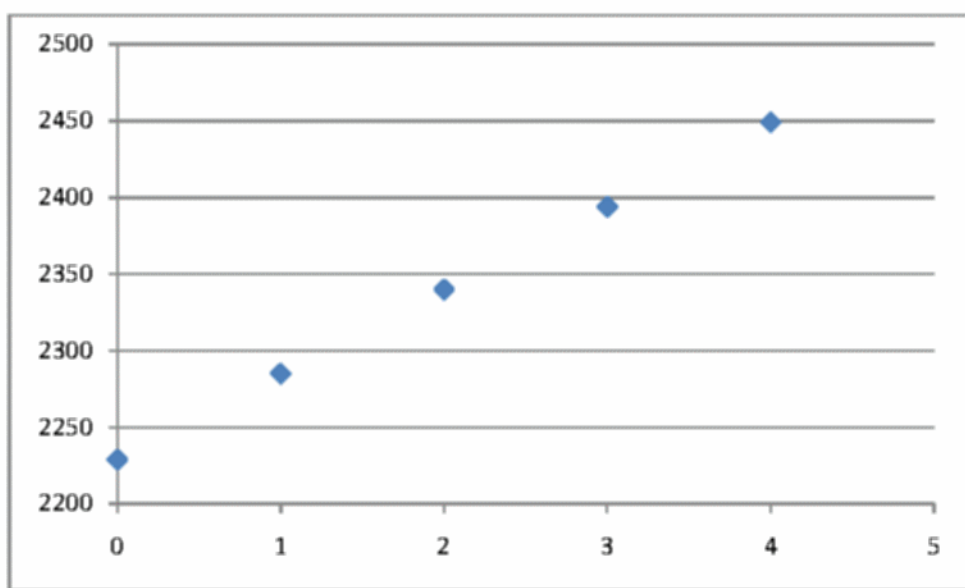
2. تعيين إحداثيي النقطة المتوسطة G .

$$\bar{x} = \frac{0+1+2+3+4}{5} = 2$$

$$\bar{y} = \frac{2229 + 2285 + 2340 + 2394 + 2449}{5} = 2339,4$$

$$G(2; 2339,4)$$

3. سحابة النقط .



4. تعيين معادلة مختصرة لمستقيم الإخدار (Δ) بطريقة المربعات الدنيا .

| | | | | | | |
|----------------------------------|--------|-------|------|------|-------|--------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | الجماع |
| y_i | 2229 | 2285 | 2340 | 2394 | 2449 | |
| $x_i - \bar{x}$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | - |
| $y_i - \bar{y}$ | -110,4 | -54,4 | 0,6 | 54,6 | 109,6 | - |
| $(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ | 220,8 | 54,4 | 0 | 54,6 | 219,2 | 549 |
| $(x_i - \bar{x})^2$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 10 |

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = 54,9$$

$$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x} = 2229,6$$

$$y = 54,9x + 2229,6$$

5. بهذا التعديل التألفي كم يصبح المبلغ المدفوع كل ثلاثي لأجير عمره 60 سنة ؟

الرتبة الموقفة لأجير عمره 60 سنة هي $x = 6$

$$y = 54,9x + 2229,6 = 54,9(6) + 2229,6 = 2559$$