

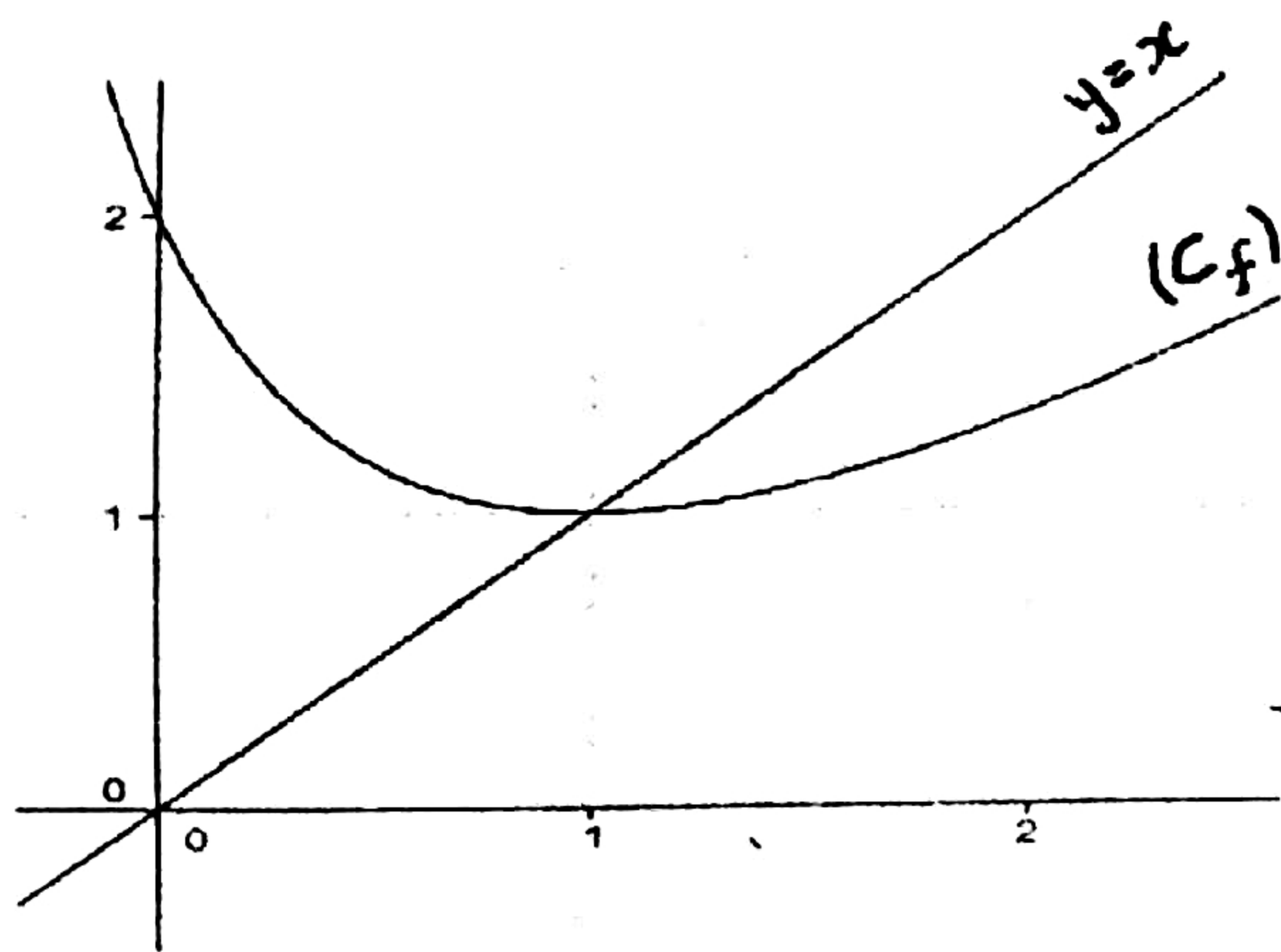
اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

1. حل في \mathbb{C} مجموعة الاعداد المركبة، المعادلة: $z^2 - 2z + 2 = 0$.
2. في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) ، نعتبر النقط A, B, C, D لاحقاتها على الترتيب: $z_D = \bar{z}_A, z_C = -1 - i, z_B = -1 + i, z_A = 1 + i$.
 ا. تحقق ان D, C, B, A من نفس الدائرة التي يطلب تحديد عناصرها.
 ب. اكتب على الشكلين الجبري والاسي العدد المركب $\frac{z_D - z_B}{z_C - z_A}$ ثم بين ان الرباعي ABCD مربع.
 ج. (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z غير المعدومة التي تحقق: $\arg(i\bar{z}^2) = \frac{-\pi}{2} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$.
 • برهن ان النقطة $\omega = i\sqrt{2} - 2i$ ذات اللاحقة z_ω من (E).
 • حدد طبيعة المجموعة (E).
 د. T التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث $z' - z + i\sqrt{2} = 1$
 • حدد نوع T وعناصره المميزة ثم استنتج صورة المجموعة (E) بواسطته.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على $[0, 2]$ بـ: $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$



1. ادرس اتجاه تغير f على المجال $[0, 2]$.
 - استنتج انه اذا كان $x \in [1, 2]$ فان $f(x) \in [1, 2]$.
2. (u_n) المتتالية العددية المعرفة على \mathbb{N} بـ:
 $u_0 = 2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = f(u_n)$
 • انقل الشكل المقابل على ورقة اجابتك، ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 مبرزاً خطوط الرسم.
 • ضع تخميناً حول اتجاه تغير وتقارب (u_n) .
3. برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n : $1 < u_n \leq 2$.
 • بين ان (u_n) متناقصة تماماً على \mathbb{N} .
 • استنتج ان (u_n) متقاربة، ثم احسب نهايتها.
4. برهن انه من اجل كل n من \mathbb{N} : $0 < \frac{u_n - 1}{u_{n+1}} \leq \frac{1}{3}$ ، ثم تحقق ان $0 < u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{3}(u_n - 1)$.
 • استنتج انه من اجل كل n من \mathbb{N} : $0 < u_n - 1 \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$ ثم اوجد مرة أخرى $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 • نضع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$ برهن انه من اجل كل n من \mathbb{N} :
 $n < S_n \leq n + \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n \right]$ ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

اختر احد التمرينين الثالث او الرابع للإجابة

التمرين الثالث

في مسابقة للتوظيف , وضعت مجموعة أوراق أسئلة لا نفرق بينها باللمس , في صندوق , منها 3 أوراق لمادة الرياضيات , 2 ورقة للفيزياء , 2 ورقة للأدب العربي و 1 ورقة للعلوم الطبيعية .
يختار كل مترشح 3 أوراق في ان واحد .
1. احسب احتمال كل حادثة مما يلي :

A : جميع الأوراق المسحوبة لنقس المادة .

B : سحب ورقة على الأقل لمادة الرياضيات .

C : سحب سؤال واحد في كل مادة ماعدا الرياضيات

2. نعرف متغير عشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد أوراق أسئلة مادة الرياضيات

• عرف قانون احتمال P للمتغير العشوائي X ثم احسب املة الرياضياتي .

• احسب $P(|X| \leq 2)$ و $P(X^2 - 2X + 1 > 0)$.

• استنتج الامل الرياضياتي لهذه التجربة اذا سحبنا ورقة سؤال لكل مادة من الصندوق .

التمرين الرابع

يحتوي صندوق على 7 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء , كلها متماثلة ولا نفرق بينها باللمس .
نسحب عشوائيا كرية واحدة من الصندوق ونسجل لونها , ثم نعيدها الى الصندوق ونسحب منه كرية أخرى ونسجل لونها ,
وتنهي التجربة .

1. احسب احتمال كل من الحادثتين التاليين :

A : الحصول على كرتين بيضاويتين .

B : الحصول على كرتين من نفس اللون .

2. نعرف لعبة الحظ تمنح لكل كرية بيضاء مسحوبة العلامة α ولكل كرية سوداء مسحوبة العلامة $(-\alpha)$ حيث

$\alpha \in \mathbb{R}$ وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع النقطتين المحصل عليهما .

• عين قانون احتمال للمتغير العشوائي X واحسب املة الرياضياتي .

• عين قيم العدد الحقيقي α حتى تكون اللعبة مربحة .

3. نضيف $(n - 3)$ كرية سوداء الى الصندوق ونعيد عملية السحب المعرفة أعلاه .

• ما هو عدد الكريات السوداء التي أضيفت الى الصندوق علما ان احتمال الحادثة A هو $\frac{1}{4}$

انتهى و بالتوفيق للجميع