ثـانويـــة : ....   العـــام الدراسـي : 2019/2018

المستوى : 3 رياضي + 3 تقني رياضي   المـــدة : ســاعتـــان

إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (06 نقاط)

فيما يلي إختر الجواب أول الأجوبة الصحيحة مع التعليل في كل مرّة :

1) نعتبر الدالة f المعرّفة على $[0;2\pi]$ كما يلي : $f(x)=e^{-x}.\sin x$ ، و ليكن (C_f) منحناها البياني في م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;2\pi]$ تكون : $f'(x)=e^{-x}(\sin x+\cos x)$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;2\pi]$ تكون : $f'(x)=\sqrt{2}e^{-x}.\cos x(x+\frac{\pi}{4})$.

❖ المماس للمنحني (C_f) عند المبدأ معادلته هي : $y=x$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $[0;2\pi]$ يكون : المنحني (C_f) يقع بين المنحنيين (C_g) وَ (C_h)
حيث : $g(x)=e^{-x}$ وَ $h(x)=-e^{-x}$.

❖ المنحنيان (C_f) وَ (C_g) لهما نقطة مشتركة وحيدة فاصلتها هي : π .

2) نعتبر الدالة k المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $k(x)=\frac{2x^2}{x^2+1}-\ln(x^2+1)$ ، (C_k) منحناها البياني في م.م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

❖ المبدأ O هو مركز التناظر للمنحني (C_k) .

❖ $\lim_{x\to+\infty} k(x)=+\infty$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $k'(x)=\frac{2x(1-x)(1+x)}{(x^2+1)^2}$.

❖ من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;1]$ ، تكون : $k(x)>0$.

❖ المعادلة : $k(x)=1$ لا تقبل حلاً على المجال $[0;1]$.

التمرين الثاني : (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x-\frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$.

و ليكن (C) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

الجزء الأوّل :

1) أ) أحسب كلاًّ من : $f'(x)$ وَ $f''(x)$.

ب) إستنتج تغيّرات الدالة f' .

ج) بيّن أنّ المعادلة $f'(x)=0$ تقبل حلاًّ وحيداً α ، حيث : $-1,3<\alpha<-1,2$.

د) إستنتج إشارة $f'(x)$ وَ تغيّرات الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّرات هذه الأخيرة .

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحني (C) بجوار $+\infty$.
ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .
3) أنشئ كلاًّ من (Δ) وَ (C) .

الجزء الثاني :

نعرّف على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ ، المتتالية (u_n) كالآتي : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

1) أ) باستعمال المنحني (C) و المستقيم (Δ) عيّن على محور الفواصل : u_0 ، u_1 ، u_2 .
ب) أعط تخمينا حول إتجاه و تقارب المتتالية (u_n) .
2) أ) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $-1 < u_n < 0$.
ب) برهن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة ، ثمّ استنتج أنّ لها نهاية l لا يطلب حسابها .
3) أ) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $0 < u_{n+1} + 1 < \frac{3}{4}(u_n + 1)$.
ب) إستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n تكون : $0 < u_n + 1 < (\frac{3}{4})^n$. ماهي إذن نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الثالث : (06 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $g(x) = \frac{e^x}{1+2e^x} - \ln(1+2e^x)$.
1) أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ وَ $+\infty$.
2) أدرس إتجاه تغيّر g وَ شكل جدول تغيّراتها ، ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بــ : $f(x) = e^{-2x}.\ln(1+e^{2x})$.
1) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x تكون : $f'(x) = 2e^{-2x} \times g(x)$.
2) بوضع : $X = 1+2e^x$ ، بيّن أنّ : $f(x) = \frac{4X}{(X-1)^2} \times \frac{\ln X}{X}$. إستنتج عندئذٍ نهاية الدالة f عند $+\infty$.
3) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ ، (يمكن وضع : $h = 2e^x$) .
4) شكّل جدول تغيّرات الدالة f .
5) ليكن (C_f) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.
❖ $(1cm)$ هي الوحدة على محور التراتيب ، $(4cm)$ هي الوحدة على محور الفواصل .
أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
ب) أنشئ (T) و المنحني (C_f) .

بالتوفيق للجميع .... الأستاذ : ب.ع