التمرين الأول:(04ن)

x و y عددان طبيعيان حيث $0 \prec x \leq y$

نضع $p\gcd(x;y)=d$ و $ppcm(x;y)=m$

نريد تعيين x و y حيث:

$$m^2-5d^2=2000.......(1)$$

1) برهن أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) فان d^2 يكون قاسما للعدد 2000.

2) حلل العدد 2000 الى جداء عوامل أولية ، ثم استنتج القواسم المربعة التامة للعدد 2000.

3) برهن ان 5 هو قاسم مشترك للعددين d و m .

- ما هي القيم الممكنة للعدد d ؟

4) استنتج القيم الممكنة للعددين x و y .

التمرين الثاني:(04ن)

كيس يحتوي على 8كرات بيضاء و12كرة صفراء.

نسحب في آن واحد ثلاثة كرات ونعتبر أن السحبات لها نفس الإحتمال .

1) أ- ماهو إحتمال الحصول على كرتين بيضاوين وكرة صفراء

ب- ماهو إحتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل

2) لكن x المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب ،عدد الكرات الصفراء المسحوبة .

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي x .

ب- أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي x .

ج - أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي x .

التمرين الثالث: (04ن)

(u_n) و (v_n) متتاليتين عدديتين معرفتين على $\mathbb{N}$ بالشـــكـــل: $\begin{cases} u_0=-1 \\ u_{n+1}=\dfrac{u_n+v_n}{2} \end{cases}$ ، $\begin{cases} v_0=2 \\ v_{n+1}=\dfrac{u_n+4v_n}{5} \end{cases}$

1 / برهن أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < v_n$

2 /أدرس إتجاه تغير كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n).

إستنتج أنهما متجاورتين (يمكن إثبات أن المتتالية $w_n=u_n-v_n$ متتالية هند سية)

3 /لتكن المتتالية (x_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $x_n=u_n+\dfrac{5}{2}v_n$

أ- أثبت أن المتتالية (x_n) متتالية ثابتة

ب- عين النهاية L النهاية المشتركة للمتتاليتين (u_n) و (v_n)

التمرين الرابع:(08ن)

نعتبر الدالة f المعرفة على $I=]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+1+\frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، $(\|\vec{i}\|=2cm\ ,\|\vec{j}\|=1\,cm)$

الجزء الأول :

g هي الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-\left[2\left(x\sqrt{x}-1\right)+\ln x\right]$

1. احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ في الحالتين $0<x<1$ و $x>1$.
2. احسب نهايتي الدالة f عند $0\ ,+\infty$ ، ثم استنتج المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f) .
3. احسب $f'(x)$ واستنتج أن إشارتها من نفس إشارة الدالة g
4. استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .
5. أرسم (C_f) والمستقيمين المقاربين

الجزء الثاني :

(u_n) متتالية معرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0\in[1;2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$u_{n+1}=\frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}+1$$

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;2]$ لدينا : $0\le\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\le 1$
2. برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $u_n\in[1;2]$
3. بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_{n+1}=f(u_n)+u_n$ عين اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4. برهن أن المتتالية (u_n) متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها
5. احسب بدقة قيمة l .

بالتوفيق للجميع

BAC 2018