وزارة التربيــة الوطــنية
امتحان بكالــوريا التعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية

دورة مـــاي 2018

الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
دورة: 2018

اختبار :مـــادة الرياضيات

المدة :3 ساعات

على المترشح ان يختـــار احد الموضوعين التاليين

الموضـوع الاول

التّمرين الأوّل (04نقـــاط):

1)-حل في مجموعة الاعـــداد المركبة $\mathbb{C}$ المعـــادلة : $(Z-4-2i)\left(Z^2-2Z+2\right)=0$

المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{U};\vec{V}\right)$ لتكن A B ; و C نقط من المستوي لواحقها

على الترتيب : $Z_A=1+i$; $Z_B=4+2i$ و $Z_C=\frac{9}{2}+\frac{1}{2}i$

2-ا)-بين ان: $Z_C-Z_B=\frac{1}{2}i\left(Z_A-Z_B\right)$

ب)- استنتج طبيعة المثلث ABC ثـم احسب مساحته

-ليكن S التشابه المباشر الـذي مركــزه B و نسبته $\frac{1}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$

3-ا)-اعــط الكتابة المركبة للتشابه S ثــم عين Z_D لاحقـــة النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S

ب)-بين ان صورة المثلث ABC بالتشابه S هو المثلث BCD ثــم احسب مساحته

-لتكن (E) مجموعة النقـــط M من المستوي التي تحقق : $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MD}=0$

4-ا)-عين طبيعة المجموعــة (E) و حـــدد عناصرهـــا المميزة

ب)-تحقق ان النقطة C تنتمي الى (E) ثــم استنتج طبيعة المثلث ACD

التمرين الثاني (05ن):

يحتوي كيــس على 4 كرات بيضاء تحمــــل الأرقـــام ; 1;1 ; 1 ; 1 و 3كـــرات سوداء تحمل الأرقـــام 0;0;2 (لانميز بينها باللمس).

نسحب عشوائيا و في ان واحد ثلاث كـــرات من الكيس ونعتبر الحادثتين

A " الكـــرات المسحوبة لها نفس اللون "
B "مجموع ارقـــام الكـــرات المسحوبة يســـاوي 2 "

1)-احسب إحتمال الحادث A وبين ان احتمال الحادث B هــو $P(B)=\frac{13}{35}$

نسحب عشوائيا على التوالي و بالارجاع كرتين من الكيس أي نعيد الكرة المسحوبة الى الكيس قبل السحب الموالي و ليكن X المتغير العشوائي الــذي يرفق بكل مخــرج جــداء الرقمين المحصل عليهما

2) حـــدد قيم المتغير العشوائي X

3)- اعـط قـانون الإحتمال للمتغير X ثـم أحسب امله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثالث(04ن):

لتكن f الدالـة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{5x}{2x+3}$

1-بين ان f متزايدة تماما على المجال $]1;+\infty[$ ثـم شكل جدول تغيراتها

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0=2$ و من أجل كل عـدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{5U_n}{2U_n+3}$

2 -ا) برهن بالتراجع انه من اجل كل عـدد طبيعي n : $U_n \succ 1$

ب)- ادرس اتجـاه تغير المتتالية(U_n) ثـم استنتج انها متقاربـة

نعرف من اجل كل عـدد طبيعي n المتتالية (V_n)كمـا يلي : $V_n=1-\frac{1}{u_n}$

3-ا)- بين ان (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها و حـدها الاول

ب)- عبر عن V_n بدلالة nثـم استنتج عبارة U_nبدلالـة n

نضع من اجل كل عـدد طبيعي n : $S_n=V_0^2+V_1^2+.....+V_n^2$

جـ) احسب بدلالة nقيمة المجموع S_n ثـم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الرابع (07ن) :

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=2x^2-\ln x$

1)-ادرس اتجاه تغيرات الدالة g 2)- استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=2x-1+\frac{1+\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1-ا)-عين نهاية الدالة f بجوار 0 و $+\infty$.

ب)-ادرس اتجاه تغير الدالة f ثـم شكل جدول التغيرات .

2-ا)-أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب)-حدد وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) في المجال $]0;+\infty[$.

جـ)-أثبت أنه توجد نقطة وحيدة B للمنحنى (C_f) يكون المماس (T) عندهـا موازي للمستقيم (Δ) يطلب كتابة معـادلة المماس (T) عندها

3)-برهن أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $0,39<\alpha<0,40$.

4)-ارسم (C_f) و (Δ) و (T) $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=1cm$

5)-ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عـدد حلول المعادلة : $(m+1)x-1-\ln x=0$

نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $h(x)=\frac{1}{x}(1+\ln x)$

6-ا)-عين دالة أصلية للدالة h التي تنعدم عند 1

ب)-استنتج بـ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات (Δ) $x=e^{-1}$ و $x=e$

انتهى الموضوع الاول

الموضــوع الثاني

التمرين الاول (05.5ن):

1-ا)-جد العـددين الحقيقيين α و β حيث: $(\alpha+i\beta)^2=-2-2i\sqrt{3}$

2)-استنتج في المجموعة $\mathbb{C}$ حلول المعـادلة ذات المجهول Z التالية : $Z^2=-2-2i\sqrt{3}$

المستوي المركب منسوب الى معلم متعـامـد ومتجانس $(O;\vec{U};\vec{V})$ نعتبر النقــط; A B و C التي لواحقــها على الترتيب: $Z_A=-1+i\sqrt{3}$ $Z_B=-1-i\sqrt{3}$ و $Z_C=2$

2-ا)- بين ان : $Z_B-Z_C=e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_A-Z_C)$ ثـم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب)-عين مركــز ونصف قطـر الدائــرة (C) المحيطة بالمثلث ABC

لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث : $Z=2(-1+e^{i\theta})$ مــع $(\theta\in\mathbb{R})$

3-ا)-بين ان (E) هي دائرة مركزها النقطة w ذات اللاحقــة $Z_w=-2$ يطلب تحــديد نصف قطرها

ب)-تحقق ان النقطتين A و B تنتميان الى المجموعـة (E)

ج)-بين ان (C) هي صورة (E) بالـدوران R الـذي مركـزه النقطة A و يحول النقطة B الى النقطــة C

ليكن S التشابه المباشر الذي مركــزه النقطة O و نسبته $\sqrt{2}$ وزاويته $-\frac{\pi}{4}$

4-ا)-اعـط الكتابة المركبة للتشابه S

ب)-بين ان لاحقــة النقطة D صورة النقطة A بالتشابه المباشر S هي : $Z_D=(\sqrt{3}-1)+i(\sqrt{3}+1)$

-اكتب كل من Z_A و Z_D على الشكل الاسي ثــم استنتج القيمتين المضبوطتين لكل من $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$

التمرين الثاني (05.5ن):

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ : $U_0=\frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{3U_n+2}{U_n+4}$

1 – عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من اجل كل عــدد طبيعي n : $U_{n+1}=a+\frac{b}{U_n+4}$

2-ا) برهن بالتراجــع انه من اجل كل عــدد طبيعي n : $-2\prec U_n\prec 1$

ب)-بين انه من اجل كل عدد طبيعي n فان : $U_{n+1}-U_n=\frac{-U_n^2-U_n+2}{U_n+4}$ ثم استنتج اتجاه تغير (U_n)

ج) -بين ان المتتالية (U_n) متقاربة ثــم احسب نهايتها

لتكن (V_n) المتتالية المعرفة من اجل كل عـــدد طبيعي n كمـايلي : $V_n=\frac{2+U_n}{1-U_n}$

1 -ا)-بيّن أنّ (V_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحــدها الأول.

ب)-أكتب V_n بدلالة n ثــم إستنتج عبارة U_n بدلالـــة n.

نضع من اجل كل عــدد طبيعي n : $S_n=\frac{1}{V_0}+\frac{5}{V_1}+\frac{5^2}{V_2}+......+\frac{5^n}{V_n}$

ج)-عبر بدلالة n عن المجموع S_n

التمرين الثالث 04ن):

يحتوي كيس على 10 كرات متشابهة لا نميز بينها عند اللمس موزعة كما يلي 4 كرات حمراء و6 كرات بيضاء

نسحب عشوائيا و في ان واحد كرتين من الكيس ونعتبر الحادثين

A " الكرتان المسحوبتان حمراوان "

B "الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين "

1)-احسب كل من $P(A)$ و $P(B)$

ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل عدد الكرات الحمراء المتبقية في الكيس بعد كل سحبة

2) -عين قيم المتغير العشوائي X

3-ا)- بين ان : $P(X=3)=\frac{8}{15}$

ب)-اعط قانون الإحتمال للمتغير X ثم أحسب امله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع(05ن):

لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=x+\ln 4+\frac{2}{e^{x}+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1)-احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$

2)-أحسب من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)+f(-x)$ ماذا نقول عن النقطة $A(0;1+2\ln 2)$

3) أدرس اتجاه تغير f الدالة ثم شكل جدول تغيراتها.

4-ا) - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m المعادلة : $f(x)=m$ تقبل حلا وحيدا في IR

a عدد حقيقي يحقق: $f(a)=2$

ب)-من أجل آية قيمة لـ m يكون $-a$ حلا للمعادلة $f(x)=m$ ؟

5- أ)- بين انه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+2+\ln 4-\frac{2e^{x}}{e^{x}+1}$

ب)- بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x+\ln 4$ و المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x+2+\ln 4$ مقاربان مائلان للمنحنى (C_f)

6)-نضع من اجل كل عدد حقيقي α موجب تماما : $I(\alpha)=\int_{0}^{\alpha}\left[f(x)-x-\ln 4\right]dx$

ا)-بين أن : $I(\alpha)=2\ln\left(\frac{2e^{\alpha}}{e^{\alpha}+1}\right)$

ب)-عين القيمة المضبوطة لـ α التي تحقق $I(\alpha)=1$

انتهي للموضوع الثاني

بالتوفيق للجميع