

التمرين الأول: 4 نقاط

نعتبر المعادلة التفاضلية التالية: $(E) : y' - 2y = xe^x$

(1) عين العددين a و b إذا علمت أن الدالة u المعرفة على \mathbb{R} بـ: $u(x) = (ax + b)e^x$ هي حل للمعادلة (E)

(2) حل في \mathbb{R} المعادلة التفاضلية: $(E') : y' - 2y = 0$

(3) بين أن الدالة v تكون حلا لـ (E') إذا وفقط إذا كانت الدالة $(u + v)$ المعرفة على \mathbb{R}

حلا للمعادلة التفاضلية (E)

(4) استنتج حلول المعادلة (E) .

(5) عين الحل للمعادلة (E) الذي ينعدم عند 0.

التمرين الثاني: 7 نقاط

I نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $U_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$U_{n+1} = \frac{3}{4}U_n + \frac{1}{2}e$$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 2e$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

(3) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة.

II (V_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $V_n = \frac{1}{u_n - 2e}$

(1) أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q وأحسب حدها الأول V_0 .

(2) أكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n .

(3) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n = \left(2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n\right)e$ ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

(4) أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = U_0V_0 + U_1V_1 + \dots + U_nV_n$

التمرين الثالث : 9 نقاط

f الدالة المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1+\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة cm^2

- (1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتائج هندسيا .
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
- (3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الترتيبية 0.
- (4) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .
- (5) أرسم (C_f) و (T) .

(6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة : $f(x) = f(m)$

- (7) نعتبر الدالة h المعرفة على \mathbb{R}^* كمايلي : $h(x) = \frac{1+\ln|x|}{x}$ (C_h) تمثيلها البياني في نفس المعلم السابق
- بين أن الدالة h فردية ، ثم أنشئ المنحنى (C_h) اعتمادا على المنحنى (C_f) .