

التمرين الأول :

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي : $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$.

(1) أ) أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ المستقيمين $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$ و $(\Delta): y = x$.
ب) مثل على محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2, u_3 . ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

ج) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > 3$.

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . ماذا تستنتج حول تقاربها ؟

(2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث : $v_n = 2^n \cdot 3^{1-n}$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $v_n = u_n - 3$ ، ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي : $w_n = \ln v_n$.

أ) بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) ليكن المجموع : $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$. بين أن : $S_n = 2 \left(\frac{3}{2} \right)^{n+1} + n - 1$.

التمرين الثاني :

$\begin{cases} a + b + c = 36,75 \dots \dots (1) \\ abc = 343 \dots \dots (2) \end{cases}$ ، a ، b و c ثلاث حدود متتابعة من متتالية هندسية . أحسب a ، b و c علما أن