**الفرض الدوري الاول للثالثة علوم (ثانوية الشلالة ولاية البيض )**

**2018/01/23**

**التمرين الاول:** لتكن المتتالية $(u_n)$ المعرفة بحدها الاول $u_1=\frac{1}{2}$ ومن اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم ، $u_{n+1}=\frac{n+1}{2n}u_n$

1. أ- برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم $u_n>0$ .
ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ و استنتج انها متقاربة
2. نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم كمايلي : $v_n=\frac{u_n}{n}$
أثبت انّ $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول .
3. أثبت انه من اجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $u_n=\frac{n}{2^n}$ .
4. نعتبر الدالة f المعرفة على $]1;+\infty[$ بالعبارة : $f(x)=\ln x-x\ln 2$

**التمرين الثاني :** صندوق A يحوي 4 كريات حمراء و 6 كريات سوداء و صندوق B يحوي على كرية واحدةحمراء و 9 سوداء مع ان كل الكريات متساوية الاحتمال

I. يرمي لاعب زهرة نرد غير مزيفة و مرقمة من 1 الى 6 مرة واحدة في الهواء :
- اذا تحصل على الرقم 1 يسحب كرة واحدة من الصندوق A .
- إذا لم يتحصل على الرقم 1 يسحب كرة واحدة من الصندوق B .
1. شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة
2. نسمي R الحادثة : " الحصول على كرية حمراء " أحسب P(R) .
3. تحصل اللاعب على كرية حمراء ، بين ان احتمال ان تكون من الصندوق A أكبر أو تساوي من احتمال أن تكون من الصندوق B .

II. اللعب يكرر هذه اللعبة مرتان ( اللعبة المنصوص عليها في الجزء I في نفس الشروط المتماثلة و المستقلة عن بعضها بمعنى يعيد الصندوقين الى تعدادها الاول بعد اللعبة الاولى )
ليكن x عدد طبيعي غير معدوم ، بعد اللعبتين يتحصل اللاعب على x نقطة عن كل كرية حمراء و يخسر نقطة عن كل كرية سوداء.
- نرمز بــ G إلى يمة الربح او الخسارة بعد اللعبتين .
1. عيّن قيم G الممكنة بدلالة x
2. أوجد قانون الاحتمال و احسب الامل الرياضياتي E(G) للمتغير العشوائي G بدلالة x
3. ماهي أصغر قيمة لــ x حتى تكون اللعبة مربحة ؟

**التمرين الثالث :** المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية $g$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\frac{1}{x}-2\ln x$

1- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ؛ $g'(x)=\frac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة $g$ .

2- ادرس إشارة $g(x)$ . ( لاحظ أن g(1)=0 )

II) نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ . وليكن $(C)$ منحناها البياني .

1- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ .

2- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\frac{1}{x})=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]0,+\infty[$ ؛ $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$ .

4- أنشئ المنحنى $(C)$ .