| | |
|---|---|
| المستوى: الثالث علوم تجريبية( 3 ASSE ) ماي 2018 | |
| امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات | المدة: 3سا00 |

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول:** تحتوي علبة على 10 قريصات لا نفرق بينها باللمس من بينها 6 حمراء اللون تحمل الأرقام 1 2 2 4 6 8 والبقية بيضاء تحمل الأرقام 1 3 5 5

نسحب 3 قريصات من هده العلبة واحدة تلوى الاخرى دون ارجاع

1) ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون ؟

2) ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين؟

3) ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 أرقام مجموعها يساوي 15؟

4) ما هو احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها يساوي 15 علما أنها من نفس اللون؟

**التمرين الثاني:**

1) حل في $C$ المعادلة ذات المجهول $Z$ حيث : $\left(Z^2+3\right)\left(Z^2-6Z+21\right)=0$

2) المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$ لتكن النقط $D,C,B,A$ ذات اللواحق على الترتيب $Z_A=\sqrt{3}i\,,Z_B=-\sqrt{3}i\,,Z_C=3+2\sqrt{3}i\,,Z_D=\bar{Z}_C$

بين أن $D,C,B,A$ تنتمي إلى نفس الدائرة $(C)$ التي مركزها $\Omega$ ذات اللاحقة $Z_\Omega=3$ يطلب تعيين نصف قطرها

3) لتكن النقطة $E$ نظيرة $D$ بالنسبة إلى $O$ .

ا) بين أن : $\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ ثم عين طبيعة المثلث $BEC$.

ب) عين مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ حيث : $Z=3+2\sqrt{3}e^{i\theta},\theta\in IR$

4) ليكن $h$ التحاكي الذي مركزه $R$ دو اللاحقة $Z_R=-3$ و نسبته 2.

ا) عين العبارة المركبة للتحاكي $h$.

ب) احسب مساحة صورة الدائرة $(C)$ بالتحاكي $h$



حي قعلول –برج البحري– الجزائر
Web site : www.ets-salim.com /Fax023.94.83.37 : الفاكس- Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 :

**التمرين الثالث:** نعتبر المتتالية العددية $(U_n)$ المعرفة ب: $U_0=1$ و من اجل كل عدد طبيعي $n$ :

$U_{n+1}=\frac{4U_n}{1+U_n}$ ا) احسب $U_1$ و $U_2$

ب) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $0\prec U_n\prec 3$

2) نعتبر المتتالية المعرفة على $IN$ بـ: $V_n=\frac{U_n-3}{U_n}$

ا) بين أن $(V_n)$ متتالية هندسية . ب) اكتب بدلالة $n$ عبارة $V_n$ ثم $U_n$

ج) احسب نهاية المتتالية $(U_n)$

3) نعتبر المتتالية $(W_n)$ المعرفة على $IN$ بـ : $W_n=\frac{3}{U_n}$ نضع: $S_n=W_0+W_1+W_2+.........+W_n$

ا) بين ان من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $W_n=1-V_n$

ب) بين انه من اجل كل عدد طبيعي $n$: $S_n=n+1+\frac{8}{3}\left[1-\left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$ ج) احسب $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n}$.

**التمرين الرابع:** **الجزء الأول:** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=\ln(x)+\frac{x-2}{x}$.

1) احسب نهايات الدالة $g$ عند 0 و $+\infty$.

2) ادرس تغيرات الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1.4\prec\alpha\prec 1.5$

استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من المجال $]0;+\infty[$

**الجزء الثاني:** $f$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=1+(x-2)\ln(x)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) احسب نهاية الدالة عند 0 و عند $+\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن : $f(\alpha)=1-\frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$ ثم أعط قيمة مقربة ل $f(\alpha)$ من اجل : $\alpha\approx 1.45$

4) $(T_{x_0})$ هو المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة $M_0$ ذات الفاصلة $x_0$

ا) اكتب المعادلة الديكارتية للمماس $(T_{x_0})$

ب) عين $x_0$ إذا علمت أن المماس $(T_{x_0})$ يمر بالنقطة $A(2;0)$ .

ج) استنتج أن $(C_f)$ يقبل مماسين يمران بالنقطة $A$ ثم اكتب معادلة كل منهما .

5) ارسم كلا من المماسين و المنحنى $(C_f)$.

**الجزء الثالث:** نعتبر المستقيم $(d_m)$ الذي معادلته $y=mx-2m$ حيث $m$ وسيط حقيقي .

1) تحقق أن $(d_m)$ يمر بالنقطة $A$

2) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط $m$ عدد حلول المعادلة $f(x)=mx-2m$.



حي قعلول –برج البحري– الجزائر
Web site : www.ets-salim.com /Fax023.94.83.37 : الفاكس- Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 :☏

# التصحيح النموذجي

## التمرين الأول:

1) شجرة الاحتمال
2) احتمال الحصول على 3 قريصات من نفس اللون

$$P(A)=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{144}{720}$$

3) احتمال الحصول على 3 قريصات بلونين مختلفين

$$P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{576}{720}$$

4) احتمال الحصول على 3 قريصات تحمل 3 ارقام مجموعها يساوي 15

$$P(B)=\frac{12+6+12+24}{720}=\frac{54}{720}$$

احتمال الحصول على 3 قريصات مجموعها يساوي 15 علما انها من نفس اللون: أي ان $A\cap B=\{(8;1;6)\}$

ادن : $P(A\cap B)=\frac{12}{720}$ و منه : $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{12}{144}$

## التمرين الثاني:

1) حل في $IC$ المعادلة دات المجهول $Z$ حيث : $(Z^2+3)(Z^2-6Z+21)=0$

$$Z_1=\sqrt{3}i;Z_2=-\sqrt{3}i;Z_3=3-2\sqrt{3}i;Z_4=3+2\sqrt{3}i$$

2) المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ لتكن النقط $D,C,B,A$ دات اللواحق على الترتيب

$$Z_D=\bar{Z}_C,Z_C=3+2\sqrt{3}i,Z_B=-\sqrt{3}i,Z_A=\sqrt{3}i$$

اثبت ان $D,C,B,A$ تنتمي الى نفس الدائرة $(C)$ التي مركزها $\Omega$ دات اللاحقة 3 أي ان $Z_\Omega=3$

$\Omega A=\Omega B=\Omega C=\Omega D=2\sqrt{3}$ و منه نصف قطرها هو $2\sqrt{3}$

3) لتكن النقطة $E$ نظيرة $D$ بالنسبة الى $O$ .

أ) اثبات ان : $\frac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$ لدينا $\frac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ و منه نجد : $\theta=-\frac{\pi}{3};r=1$

$$\frac{Z_C-Z_B}{Z_E-Z_B}=e^{-i\frac{\pi}{3}}$$

ادن الشكل الاسي هو المطلوب

و طبيعة المثلث $BEC$ متقايس الاضلاع .

ب) مجموعة النقط $M$ دات اللاحقة $Z$ حيث : $Z=3+2\sqrt{3}e^{i\theta},\theta\in IR$ هي:

$Z=Z_\Omega+ke^{i\theta}$ حيث $Z_\Omega=3;k=2\sqrt{3}\in IR_+^*$ ومنه مجموعة النقط $A$ هي نصف المستقيم باستثناء النقطة دات اللاحقة $Z_\Omega$

4) ليكن $h$ التحاكي الدي مركزه $R$ دو اللاحقة $Z_R=-3$ و نسبته 2.

حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /Fax023.94.83.37 : الفاكس- Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 :☎

ا) العبارة المركبة للتحاكي $h$ .هي : $Z' = 2Z + 3$

ب) مساحة صورة الدائرة $(C)$ بالتحاكي $h$ : $S = \pi r^2 = \pi 6^2 = 36\pi$

## التمرين الثالث:

1) نعتبر المتتالية العددية $(U_n)$ المعرفة ب : $U_0 = 1$ و من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1} = \dfrac{4U_n}{1+U_n}$

ا) حساب $U_1$ و $U_2$ : $U_1 = 2; U_2 = \dfrac{8}{3}$

ب)البرهان بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 \prec U_n \prec 3$

2) نعتبر المتتالية المعرفة على $IN$ ب: $V_n = \dfrac{U_n - 3}{U_n}$

ا) $(V_n)$ متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{4}$.

ب) كتابة بدلالة $n$ عبارة $V_n$ ثم $U_n$ : $V_n = V_0 q^{n+1} = -2\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}$ و $U_n = \dfrac{3}{1-V_n} = \dfrac{3}{1+2\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}}$

ج)حساب نهاية المتتالية $(U_n)$ : $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n = \lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{3}{1+2\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}} = 3$

3) نعتبر المتتالية $(W_n)$ المعرفة على $IN$ ب : $W_n = \dfrac{3}{U_n}$ نضع: $S_n = W_0 + W_1 + W_2 + \dots\dots\dots + W_n$

ا) من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $W_n = 1 - V_n$

ب) من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n = n + 1 + \dfrac{8}{3}\left[1 - \left(\dfrac{1}{4}\right)^{n+1}\right]$

ج) $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{S_n}{n} = 1$

## التمرين الرابع:

**الجزء الاول:** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = \ln(x) + \dfrac{x-2}{x}$.

1) حساب نهايات الدالة $g$ عند 0 و $+\infty$ : $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty; \lim\limits_{x \to 0} g(x) = -\infty$

حي قعلول –برج البحري– الجزائر

Web site : www.ets-salim.com /Fax023.94.83.37 : الفاكس- Tel : 0560.94.88.02/05.60.91.22.41/05.60.94.88.05 :☎

2) ادرس تغيرات الدالة $g$ : حساب المشتقة: $g'(x)=\frac{1}{x}+\frac{2}{x^2}$ و منه $g'(x)\succ 0$ ادن الدالة $g$ متزايدة تماما جدول تغيراتها .

3) إثبات أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1.4\prec\alpha\prec 1.5$ : $g(1.5).g(1.4)\prec 0$

إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : سالبة على المجال $]0;\alpha]$ و موجبة عل المجال $[\alpha;+\infty[$

**الجزء الثاني:** $f$ دالة معرفة على $]0;+\infty[$ ب : $f(x)=1+(x-2)\ln(x)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1) حساب نهاية الدالة عند 0 و عند $+\infty$ $\lim_{x\to 0}f(x)=+\infty;\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ تفسير النتيجة هندسيا : يوجد مستقيم مقارب موازي لمحور التراتيب معادلته هي $x=0$ (محور الفواصل).

2) دراسة اتجاه تغير الدالة $f$ :حساب المشتقة : $f'(x)=\ln(x)+\frac{x-2}{x}=g(x)$

ومنه إشارة المشتقة من إشارة الدالة $g$ ادن جدول تغيراتها .

3) بين ان : $f(\alpha)=1-\frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$ لدينا $g(\alpha)=0$ ادن $\ln(\alpha)=-\frac{(\alpha-2)}{\alpha}$ ثم نعوض فنجد المطلوب

$$f(\alpha)=1-\frac{(\alpha-2)^2}{\alpha}$$

قيمة مقربة ل $f(\alpha)$ من اجل : $\alpha\approx 1.45$ هي: $f(1.45)=0.79$

4) $(T_{x_0})$ هو المماس للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة $M_0$ ذات الفاصلة $x_0$

ا) المعادلة الديكارتية للمماس $(T_{x_0})$ : $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

ب) عين $x_0$ ادا علمت أن المماس $(T_{x_0})$ يمر بالنقطة $(2;0)$.

ج) استنتج أن $(C_f)$ يقبل مماسين يمران بالنقطة $A$ ثم اكتب معادلة كل منهما .

5) ارسم كلا من المماسين و المنحنى $(C_f)$.

**الجزء الثالث:** نعتبر المستقيم $(d_m)$ الذي معادلته $y=mx-2m$ حيث $m$ وسيط حقيقي .

3) تحقق ان $(d_m)$ يمر بالنقطة $A$ : $y=m(2)-2m=0$

4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط $m$ عدد حلول المعادلة $f(x)=mx-2m$.