

## الفرض الثاني في الرياضيات

**التمرين الأول :** صندوق  $U_1$  يحتوي على كرية حمراء وثلاث كريات خضراء ، و صندوق  $U_2$  يحتوي على كرتين حمراوين و كرتين سوداوين ( الكريات متشابهة ولا نفرق بينها باللمس )

نرمي زردا غير مزيف وجوهه مرققة من 1 إلى 6 مرة واحدة فإذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق  $U_1$  وفي الحالات الأخرى نسحب كرة واحدة من الصندوق  $U_2$

قررت في علم 8 الفوج

1- أحسب احتمال سحب كرية سوداء

2- ماهو اللون الذي له أكبر احتمال للظهور ؟

3- ما احتمال سحب كرية من الصندوق  $U_2$  علما انها حمراء ؟

**2-** نقوم بضم كل الكريات في صندوق واحد ثم نسحب منه 3 كريات على التوالي دون إرجاع

أ- أحسب احتمال سحب الكرية الثالثة سوداء ، ثم إستنتج احتمال سحب الكرية الأولى سوداء

ب- بين أن احتمال الحصول على الألوان الثلاثة يساوي  $\frac{9}{28}$

**التمرين الثاني :** ①  $(u_n)$  متتالية عددية حيث : 
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{e} \\ u_{n+1} = \frac{1}{e}(u_n)^2 \end{cases}$$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 < u_n \leq \frac{1}{e}$

ب- بين أن  $(u_n)$  متناقصة ، ثم برر أنها متقاربة ؟

② نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = 1 - \ln u_n$

① برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول  $v_0$

② أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج أن :  $u_n = e^{1-2^{n+1}}$  و عين :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

③ أحسب :  $S_n = u_0 e^{v_0} + u_1 e^{v_1} \dots + u_n e^{v_n}$

④ إستنتج بدلالة  $n$  :  $T_n = \ln \left[ \frac{1}{2} u_0 \right] + \ln \left[ \frac{2}{3} u_1 \right] + \dots + \ln \left[ \frac{n}{n+1} u_n \right]$



3 أ- بين أن :  $u_{n+1} \leq \frac{1}{e^2} u_n$

ب- إستنتج أن :  $0 < u_n \leq \frac{1}{e} \left(\frac{1}{e^2}\right)^n$

ج- أحسب :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث : 1 دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (3 - 2x)e^x + 2$

1- أدرس تغيرات  $g$

2- برهن أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,68 < \alpha < 1,69$

3- إستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

4- أحسب المساحة  $S(\alpha)$  المحددة بالمنحني  $(C_g)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = \alpha$  و  $x = 2$

2 دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كإيلي :  $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$

أ- أدرس تغيرات  $f$  ، لاحظ أن :  $f(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ب- بين أن :  $f(\alpha) = 4\alpha - 5$  ، ثم أحصر العدد  $f(\alpha)$

ج- تحقق أن :  $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{1+e^x}$

د- أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = 4x - 1$  مقارب مائل للمنحني  $(C_f)$

هـ- حدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

و- أكتب معادلة للمماس  $(T)$  عند النقطة التي فاصلتها 0

ز- عين نقطة تقاطع المنحني  $(C_f)$  مع المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = 1$

ح- أنشئ المنحني  $(C_f)$

ط- ناقش حسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $m e^x - 4x + m + 2 = 0$

3 أدرس على  $\mathbb{R}$  تغيرات الدالة  $h$  حيث :  $h(x) = [f(x)]^2$



MOHAMED I MOHAMED BAC 2022

بالتوفيق



## الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي كيس على ثلاث كريات حمراء مرقمة 1،1،2 وأربع كريات صفراء

مرقمة 1،1،2،3 نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع

(الكريات متشابهة ولا نفرق بينها عند اللمس) نعتبر الحادتين:

A : "الكريات المسحوبة مختلفة اللون"

B : "الكريات المسحوبة مجموع أرقامها 3"

1- أحسب  $P(A)$ ،  $P(B)$ ، ثم إستنتج  $P(A \cap B)$  و  $P(A \cup B)$

2- أحسب احتمال الحصول على كرية تحمل رقما أوليا على الأقل

3- المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقنين المحصل عليهما

❖ عين قيم  $X$  ثم عرف قانون احتماله

❖ أحسب  $P(X^2 - 3X + 2 = 0)$  ثم الإنحراف المعياري  $\sigma(X)$

التمرين الثاني : ①  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة كإيلي :  

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{(n+1)u_n}{u_n + 2n} \end{cases}$$

1- تحقق أن :  $u_{n+1} = (n+1) \left(1 - \frac{2n}{u_n + 2n}\right)$

2- برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم  $n$  :  $0 < u_n \leq 1$  ، لاحظ أن :  $\left(\frac{n+1}{2n+1} \leq 1\right)$

3- برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم  $n$  :  $u_n \geq 1 - n$

4- بين أن :  $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-n-u_n)}{u_n + 2n}$

5- إستنتج ان  $(u_n)$  متناقصة ، ثم برّر تقاربها

② نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم :  $v_n = \frac{u_n}{u_n + n}$





① برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول  $v_1$

② أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم إستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

③ بين أن :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{\ln 2} \times \left( \frac{n \ln 2}{e^{n \ln 2}} \right) \right]$  ، ثم عين  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

- نضع :  $S_n = \frac{2u_1+1^2}{u_1+1} + \frac{3u_2+2^2}{u_2+2} + \dots + \frac{(n+1)u_n+n^2}{u_n+n}$

④ بين أن :  $S_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{(n+1)n}{2}$  ، وأن  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{S_n}{n^2+n}\right) = \frac{1}{2}$

**التمرين الثالث : 1** دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = (3-x)e^{2-x} - 1$

1- أدرس تغيرات  $g$  ثم أحسب  $g(2)$

2- إستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

**2** دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كيلي :  $f(x) = (x-2)e^{2-x} - x + 3$

أ- أدرس تغيرات  $f$  ، لاحظ أن :  $f(x) = g(x)$

ب- أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 3$  مقارب للمنحني  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$

ج- حدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

د- أكتب معادلة للمماس  $(T)$  عند النقطة التي فاصلتها 0

هـ- برهن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلان  $\alpha$  و  $\beta$  حيث :  $3 < \alpha < 4$  و  $1 < \beta < \frac{3}{2}$

و- برهن أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $\omega$  يطلب تعيين إحداثيها

ز- أرسم المنحني  $(C_f)$

ط- ناقش بيانيا حسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$x(e^{2-x} - 1) = m - 3 + 2e^{2-x}$$

**3** أحسب  $S(\lambda)$  مساحة الخيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذان معادلتيهما

$x = \lambda$  و  $x = 2$  حيث :  $\lambda > 2$

❖ عين  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$



MOHAMED IMOHAMED BAC 2022

بالتوفيق



## الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي كيس على ثلاث كريات حمراء وثلاث كريات خضراء

و كرتين صفراوين نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع

( الكريات متشابهة ولا نفرق بينها باللمس ) ، نعتبر الحادتين:

A : " الحصول على كرية صفراء على الأقل "

B : " الحصول على كرتين من نفس اللون "

1- أحسب  $P(A)$  ،  $P(B)$  ، ثم إستنتج  $P(A \cap B)$  و  $P(A \cup B)$

2- المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها

✧ عين قيم  $X$  ثم عرف قانون إحصاءه

✧ أحسب الإنحراف المعياري  $\sigma(X)$

3- نضيف إلى الكيس  $n$  كرية صفراء ، ونعتبر الحدث C : " الحصول على كرتين صفراوين "

✧ بين أن :  $P(C) = \frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$  و عين :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(C)$  ، ثم فسر ذلك

التمرين الثاني : (1)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}^*$  كالتالي :

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2n}{3n+3} u_n + \frac{3+n}{3n+3} \end{cases}$$

\* - برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم  $n$  فإن :  $u_n < 1$

\* - أدرس إتجاه تغير  $(u_n)$  ، هل  $(u_n)$  متقاربة ؟

2 - نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  :  $v_n = n \times (1 - u_n)$

\* - برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية ، يطلب أساسها وحدها الأول  $v_1$

\* - أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم إستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  و  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$



\* - أحسب بدلالة  $n$  كلا من :  $P_n = (1 - u_1) \times (1 - u_2) \times \dots \times (1 - u_n)$

$$T_n = 1u_1 + 2u_2 + \dots + nu_n$$

③ ما طبيعة المتتالية  $(w_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  كإيلي :  $w_n = \ln v_n$

$$S_n = \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \dots + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^n$$

التمرين الثالث : ①  $g$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = e^x - x + 2$

\* - أدرس تغيرات  $g$  ثم إستنتج أنه مهما كان العدد الحقيقي  $x$  :  $g(x) \geq 3$

②  $f$  دالة عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  كإيلي :  $f(x) = (x - 1)e^{-x} + x + 1$

أ- بين أن  $f$  تقبل الاشتقاق على  $\mathbb{R}$  وأن :  $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

ب- أدرس تغيرات  $f$  ثم أحسب  $f(0)$  ،  $f(1)$  ،  $f(-1)$  و  $f(2)$

ج- أثبت أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  متقارب للمنحني  $(C_f)$  بحوار  $+\infty$

د- حدد وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

هـ- أكتب معادلة للمماس  $(T)$  عند النقطة التي فاصلتها 0

و- برهن أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا في  $\mathbb{R}$

ز- برهن أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف  $(w)$  يطلب تعيين إحداثياتها

ح- أنشئ المنحني  $(C_f)$

③ أحسب  $S(\lambda)$  مساحة الخيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  و  $(\Delta)$

والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = 1$  و  $x = \lambda$  حيث :  $\lambda > 1$

$$\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$$

④  $(\Delta_m)$  مستقيم معادلة له :  $y = x + m$

عين قيم  $m$  حتى يكون مماس  $(\Delta_m)$  للمنحني  $(C_f)$  في نقطة يطلب تعيينها

ناقش بيانها حسب قيم  $m$  عدد وإشارة حلول المعادلة :  $(m - 1)e^x - x + 1 = 0$

بالتوفيق

