

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضياتالتمرين الأول: (07 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1 - مجموعة حلول المعادلة: $e^{2|x+1} - 3e^{|x+1} + 2e = 0$ في \mathbb{R} هي: $S = \{0, \ln 2\}$

2 - لدينا: $e^{0.001} \approx 1.001$ و $\ln(1.001) \approx 0.001$ (دون استعمال أي آلة حاسبة)

3 - من أجل $n \in \mathbb{N}$ لدينا: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{e^x}{x^n} \right) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\ln x}{x^n} \right) = 0$

4 - نعتبر الدالة $g: x \mapsto x^{2.3}$. إذن من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R}_+^* فإن: $2.3g(x) - xg'(x) = 0$

5 - الدالة $u: x \mapsto e^{-2x} - 2$ هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية: $y' + 2y + 4 = 0$ و الذي يحقق الشرط: $y(0) = -1$

6 - الدالة $v: x \mapsto \sqrt[3]{x^2 - 4}$ متناقصة تماما على المجال $[2; +\infty[$

7 - الدالة $w: x \mapsto x3^x$ تقبل على \mathbb{R} قيمة حدية صغرى عند $-\frac{1}{\ln 3}$ هي $-\frac{1}{e \ln 3}$

التمرين الثاني: (06 نقط)

من أجل a و b عدنان حقيقيان حيث: $0 < a < b$ نعرف المتتاليتين العدديتين $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ كما يلي:

$$u_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n}, \quad \text{و من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad u_0 = a$$

$$v_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2}, \quad \text{و من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad v_0 = b$$

1 - تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n > 0$ و $v_n > 0$

2 - من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $w_n = v_n - u_n$.

(أ) برهن أن: $0 \leq w_{n+1} \leq \frac{1}{2} w_n$

(ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $0 \leq w_n \leq \frac{b-a}{2^n}$

3 - أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة تماما و أن المتتالية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متناقصة تماما.

4 - ماذا نقول عن المتتاليتين $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ؟

5 - استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

$$\begin{cases} f(x) = \left(\frac{e}{x}\right) \times 3^{\frac{-1}{x^2e}} \\ f(0) = 0 \end{cases} \quad f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} \text{ كما يلي:}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوى المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. الوحدة البيانية: 5cm

1 - أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم فإن: $\frac{-1}{3x^2e} = e^{\frac{-\ln 3}{x^2e}}$

2 - (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f(-x) + f(x) = 0$

(ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند الصفر بقيم أكبر.

(ج) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(د) فسر النتائج السابقة هندسيا.

3 - برهن أنه من أجل كل x من \mathbb{R}^* فإن: $f'(x) = \left(\frac{-x^2e + 2\ln 3}{x^4}\right) \times 3^{\frac{-1}{x^2e}}$ ثم أدرس إشارتها على المجال $]0; +\infty[$

4 - شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0; +\infty[$

5 - أثبت أن المعادلة: $f(x) = 1$ تقبل حلين مختلفين α و β في المجال $]0; +\infty[$ حيث $0,48 < \alpha < 0,49$

و $2,54 < \beta < 2,57$

6 - (أ) أكتب معادلة المماس (T_a) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a حيث $a \in \mathbb{R}_+^*$

(ب) استنتج أنه توجد قيمة وحيدة للعدد الحقيقي الموجب تماما a و التي من أجلها يمر المماس (T_a) من مبدأ المعلم .

(ج) من أجل قيمة a المحصل عليها، أكتب معادلة المماس (T_a) .

(د) أنشئ (T_a) ثم أنشئ (C_f) في المجال $]0; +\infty[$.

(هـ) أنشئ (C_f) في المجال $]-\infty; 0]$ مستعينا بالسؤال 2- أ) ، مع التبرير .

7 - ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $mx - e^{\frac{x^2e - \ln 3}{x^2e}} = 0$ في \mathbb{R}^* .

ملاحظة هامة:

- يمنع استعمال الآلة الحاسبة البيانية .

- رسم المنحنى البياني يكون على الورقة المليمترية مع احترام الوحدة البيانية المعطاة .

- تنظيم ورقة الإجابة يؤخذ بعين الاعتبار .

الأستاذ: مراحي لزهري

باتتة في: 05 ديسمبر 2017