المدّة : 100 دقيقة	الفرض رقم 2 *	علوم تجريبيّة : 2021 − 2022

★ التّمرين الأوّل $(6p)$: أوجد دالّة أصليّة في كل حالة على D :

$f(x) = x^2 - 3x + 1$ $\quad g(x) = 3x - 1$ $\quad h(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ $\quad k(x) = \frac{1}{xln(x)}$

$s(x) = \frac{2ln(x+2)}{x+2}$ $\quad t(x) = \frac{x}{x^2+1}$

★ التّمرين الثّاني $(7p)$: (u_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = -1, u_1 = \frac{1}{2} \\ u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n \end{cases}$

1. أحسب u_2, u_3 ، ضع تخمين حول اتجاه تغيّر (u_n) هل هي حسابيّة أم هندسيّة .

* نضع $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

2. برهن أنّ (v_n) هندسيّة أساسها $q = \frac{1}{2}$ يُطلب حساب حدّها الأوّل v_0 .

3. أكتب بدلالة n عبارة v_n .

4. أحسب المجموعين : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ، ثم $S'_n = v_0 + 2v_1 + 2^2v_2 + ... + 2^nv_n$ ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

5. نضع $w_n = \frac{u_n}{v_n}$. برهن أنّ (w_n) متتالية حسابيّة أساسها $r = 2$ ثم أحسب w_0 .

7. أكتب بدلالة n عبارة w_n ثم استنتج عبارة u_n ، برهن أنّ : $u_n = \frac{2n-1}{2^n}$.

★ التّمرين الثّالث $(7p)$: g دالّة معرّفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - x - 2ln(x) + 3$

1. أحسب : $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ $\quad \lim_{x\to 0^+} g(x)$

2. أدرس اتجاه تغيّر الدالّة g . [$(3x^3 - x - 2) = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$] ، ثم شكّل جدول تغيّراتها . استنتج إشارة $g(x)$

3. لتكن f دالّة معرّفة على $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+ln(x)}{x^2}$. (C) تمثيلها في م م م $||\overrightarrow{i}|| = 2cm, ||\overrightarrow{j}|| = 2cm$

3. أحسب : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ $\quad \lim_{x\to 0^+} f(x)$ ثم فسّر النتائج

4. h دالّة معرّفة على $]0, +\infty[$ بـ: $h(x) = x - 1 + ln(x)$. أدرس تغيّرات h ثم استنتج إشارتها $(h(1) = 0)$.

5. برهن أنّ $(\Delta) : y = x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$. يُطلب تعين الوضع النّسبي .

6. برهن أنّ $\forall x \in]0; +\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ ، ثم شكل جدول تغيّراتها .

7. أنشىء كل من $(\Delta), (C)$.

8. باستعمال التكامل بالتجزئة ، أوجد دالّة أصليّة لـ $x \longrightarrow \frac{ln(x)}{x^2}$.

9. أحسب مساحة الحيّز $A(\lambda)$ المحدد بـ (C) وَ (Δ) وَ المستقيمين اللّذين معادلتيهما : $x = 1, x = \lambda, \lambda > 1$.

10. أحسب : $\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا .

* END * END * * * * * * * * * * * * * * * *

****

★ وَاجِب مَنزِلي $(+3p)$: أَجِب عَن مَايَلي :

1. المُتَتَالية $(u)_n$ المُعَرَّفَة عَلَى $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \frac{1}{2} \times 3^n$ هيَ : * حِسَابيَة ** هَندَسيَة *** لَا حِسَابيَة لَا هَندَسيَة
2. المَجموع : $S = 1962 + 1963 + 1964 ... 2022 + 2023$ يُسَاوي : * 123534 ** 123535 *** 123587
3. $(U)_n$ مُتَتَالية مُعَرَفَة $U_{n+1} = \ln(2U_n + 3)$ وَ $U_0 = \alpha$. قيمَة α كَي تَكون (U_n) ثَابِتَة هيَ : * 1 ** 2 *** 3
4. القيمَة المُتَوَسِطَة لِلدَالَة f حيثُ : $f(x) = \frac{1}{(x+2)^2}$ عَلَى المَجَال : $[0, 6]$ هيَ ....
5. حَل المُعَادَلَة التفَاضُليَة : $[x \ln(x)]y' - 1 = 0$ وَ $y_e = 0$ هُوَ :...
6. f : دَالَة مُعَرَّفَة بـ: $f(x) = \int_0^x (\mathrm{te}^{\mathrm{t}} - 2\mathrm{t} + 1)\ \mathrm{d}t$. عِبَارَة المُشتَقَة ... $= f'(x)$

****

★ هَدِيَة : أُحسُب التكَامُل: $I = \int_0^{\infty} \mathrm{e}^{t^2}\ \mathrm{d}t$

*************END***********************END***************************

الريَاضيَات ـ عِلم ـ لُغَة ـ فَن