

التمرين الأول: (05.5 نقطة)

$$f(x) = \begin{cases} 1-x^2 & : x \in]-\infty, -1[\\ \ln(2-x^2) & : x \in [-1, 1] \\ \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} & : x \in]1, +\infty[\end{cases}$$

(1) نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} كما يلي:

✍ ادرس استمرار الدالة f .

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

(2) الدالة f معرفة على المجال \mathbb{R} :-

✍ هل الدالة f تقبل الاشتقاق عند 0 ؟

$$\begin{cases} 2e^{2x} - 5e^x + 2 = 0 \\ e^x \times e^y = 2 \end{cases}$$

(3) حل المعادلة: $2t^2 - 5t + 2 = 0$ ثم حل في \mathbb{R}^2 الجملة:

(4) لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$:- $f(x) = x + \ln(x)$.

✍ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $I = \left[\frac{2}{5}, \frac{7}{10} \right]$ وأن $e^{-\alpha} = \alpha$.

التمرين الثاني (06.5 نقطة):

$$\begin{cases} u_{n+1} = \alpha(u_n - 2) \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n :-

(1) عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة .

$$(2) \text{ نضع } \alpha = \frac{2}{3}$$

أ- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -4$ (استعمل البرهان بالتراجع)

ب- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : (u_n) متناقصة.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + 4$.

أ- أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.


ب- اكتب v_n ثم u_n بدلالة n .

ت- احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} u_n$ ماذا تستنتج؟

ث- احسب : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$

التمرين الثالث: (8 نقاط)

I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln(x)$ (حيث: \ln : اللوغاريتم النيبيري)
تغيرات الدالة g ملخصة في الجدول المقابل.

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		
$g(x)$		

(1) أكمل الجدول السابق.

(2) تحقق ان: $g(1) = 0$. ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ حيث: $f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln(x)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانياً، ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) (أ) مستقيم ذي المعادلة $y = x$.

بين ان المنحني (C_f) يقطع المستقيم (Δ) في نقطتين يطلب تعيينهما.

(ب) ادرس الوضع النسبي بين (Δ) و (C_f).

(3) (أ) بيّن أنه من أجل كل x من $]0, +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

(ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f)

بالتوفيق للجميع