

التمرين الأول (08 نقاط)

متتالية عددية معرفة بـ : $u_0 = \alpha$ حيث α عدد حقيقي و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 2$ ،
I. عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث تكون (u_n) متتالية ثابتة .
II. في ما يلي نفرض أن $u_0 = 3$.

- (1) أحسب u_1, u_2, u_3 . خمن اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
- (2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -4$.
- (3) هل (u_n) متقاربة ؟ حدد نهايتها .
- (4) لتكن (v_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n + 4$.
أ) برهن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
ب) أحسب عبارة v_n بدلالة n .

ج) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = 7\left(\frac{1}{2}\right)^n - 4$. أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

د) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثاني (12 نقطة)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بما يلي : $f(x) = 2 - \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}$

نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجةن هندسيا .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{\ln(x)}{x^2}$.

ج) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ب) أ) حل في المجال $]0; +\infty[$ المعادلة $f(x) = 2$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة

$y = 2$ ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

ج) أرسم (Δ) و (C_f) .

(2) لتكن الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ : $H(x) = \ln(x) + \frac{1}{2}(\ln(x))^2$.

(بين ان H هي دالة أصلية للدالة h حيث : $h(x) = \frac{1}{x} + \frac{\ln(x)}{x}$ على المجال $]0; +\infty[$.

(أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و المستقيمت التي معادلاتها ،

مع تمنياتي لكم بالنجاح في البكالوريا 2014 ☺ أستاذ المادة $x = e$ و $x = \frac{1}{e}, y = 2$