

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (4,5ن):

$$(u_n) \text{ متتالية معرفة على } \mathbb{N} \text{ حيث } u_0 = 1 \text{ ومن أجل } n \geq 1 : u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{2}$$

(1) أحسب u_1 ، u_2 ، u_3 .

(2) α عدد حقيقي غير معدوم ، من أجل كل عدد طبيعي n نضع $v_n = u_n + \alpha$.

- عين قيمة العدد α التي تكون من أجلها المتتالية (v_n) هندسية.

(3) نضع $\alpha = 1$

(أ) عبر عن v_n بدلالة n ، استنتج u_n بدلالة n .

(ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

(ج) عين نهاية المتتالية (u_n) .

(د) أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ثم استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{S_n}{n}$

التمرين الثاني (4ن):

ثلاث صناديق A, B, C يحوي كل منها 10 كريات متماثلة. بحيث :

الصندوق A : يحوي كرتين حمراء و 8 خضراء

الصندوق B : يحوي 3 كريات حمراء و 7 خضراء

الصندوق C : 4 يحوي كريات حمراء و 6 خضراء

تأخذ عشوائيا أحد الصناديق ونسحب منه عشوائيا كرية واحدة.

1. شكل شجرة الاحتمالات لهذه الوضعية.

2. ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء؟.

3. ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة حمراء وآتية من الصندوق الأول؟.

4. اذا كانت الكرية المسحوبة حمراء فما هو احتمال أن تكون قد سحبت من الصندوق الأول؟.

التمرين الثالث (5ن):

أعطيت نتائج دراسة حول منتج مستهلك السلسلة الاحصائية الملخصة في الجدول حيث x_i هو الثمن بالدينار و y_i هو الكمية المطلوبة بالطن

الكمية y_i	200	188	165	150	137	130	120	115	100	الثمن x_i
	3,5	3,7	4	4,3	4,6	4,8	5,1	5,2	5,8	

(1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مناسب

- هل التعديل الخطي مبرر؟

(2) أ) أكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) (y بدلالة x). (يعطى المعاملان مدوران إلى 10^{-2})

(ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم

(ج) أحسب الكمية المطلوبة للمنتوج بالنسبة لثمن مقداره 245 دينار للكيلوغرام

(3) نضع $z = \frac{100}{y}$. أحسب القيم z_i مدورة إلى 10^{-1} ثم عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (z بدلالة x). (يعطى المعاملان مدوران إلى 10^{-2}).

(ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم

- استنتج الدالة f التي ترفق الثمن x الكمية المطلوبة y حسب هذا التعديل. ثم عين $f(245)$.

(4) نعلم أنه من أجل الثمن 245 دينار تكون الكمية المطلوبة المنتوج هي 3,2 طن

- أي التعديلين أدق؟

التمرين الرابع: (5,6ن):

نعتبر الدالة المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = x + \frac{4}{1+e^x}$

(1) أحسب نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

(2) أ) أحسب $f'(x)$ حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f .

(3) نرمز بـ (C) إلى التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

أ) بين أن المنحنى (C) يقبل المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ كمقارب مائل عند $+\infty$

ويقبل المستقيم (D') الذي معادلته $y = x + 4$ كمقارب مائل عند $-\infty$.

(ب) أدرس وضعية المنحنى (C) بالنسبة إلى كل من (D) و (D') .

(4) بين أن المنحنى (C) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $\alpha \in [-4; -3]$

(5) أرسم (C) .

أ) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل x من \mathbb{R} :

$$\frac{4}{1+e^x} = a + \frac{be^x}{1+e^x}$$

(ب) استنتج دالة أصلية للدالة f على \mathbb{R} .

ج) أحسب المساحة A للحيز المحدد بالمنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين الذين معادلتهم $x=0$ و $x=1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي إنتاج البترول في الجزائر (الوحدة ألف برميل)

السنة	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
الرتبة x_i	0	1	2	3	4	5	6
الإنتاج y_i	752	762	800	811	830	858	893

(1) أ) مثل سحابة النقط $(x_i; y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $o'(0;720)$ ($1cm$ يمثل رتبة واحدة على محور الفواصل و $1cm$ يمثل 20 ألف على محور الترتيب)

ب) عين إحداثيتي G النقطة المتوسطة للسحابة و مثلها في المعلم السابق.

(2) أ) أوجد معادلة مستقيم الإنحدار $y = ax + b$ تعطى a و b مدورة إلى الوحدة ، ثم أنشئ هذا المستقيم.

ب) باستعمال هذا التعديل كم يكون الإنتاج سنة 2015 و متى يبلغ الإنتاج 1344 ألف برميل؟

التمرين الثاني: (04 ن)

A, B, C ثلاث صناديق حيث A يحتوي علي ثلاث كرات حمراء وخمسة سوداء ، B يحتوي علي كرتين حمراوين وكرة سوداء و C يحتوي علي كرتين حمراوين وثلاثة سوداء.

I - نأخذ عشوائيا احد الصناديق و نسحب منه كرة واحدة .

- 1 - شكل شجرة الإمكانيات .
- 2 - احسب احتمال سحب كرة حمراء.
- 3 - إذا كانت الكرة المسحوبة حمراء ، ما احتمال أن تكون من الصندوق A .
- 4 - أراد شخص أن يشارك في اللعبة التالية :

II - نسحب كرة من الصندوق A

- الحصول على كرة حمراء يعطي ربح $50DA$.
- الحصول على كرة سوداء يعطي خسارة $35DA$.

- 1- عرف قانون الاحتمال .
- 2 - احسب الأمل الرياضي .
- 3- هل للمشاركة حظ في الربح؟.

التمرين الثالث: (05ن)

(I) لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$ و $u_0 = \alpha$ عين α حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة

نفرض فيما يلي $\alpha = 2$

(1) أحسب الحدود u_1 ، u_2

(2) برهن بالتراجع انه من أجل عدد طبيعي $n : u_n < 3$

(3) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، ماذا تستنتج ؟ .

(II) نعتبر المتتالية المعرفة من (v_n) أجل عدد طبيعي n بالعلاقة: $v_n = u_n - 3$

1- بيّن أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

2- عبر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

3 - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

4 - أحسب بدلالة n المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الرابع: (07 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $] -1; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ. أحسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب. بيّن أن: $f(x) = x + 1 + \ln\left(\frac{x+1}{x-2}\right)$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

2. أ. بيّن ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة هو $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

ب. أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ) .

3. أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4. أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة $x = 0$.

5. بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.

6. λ عدد حقيقي :

أ. بيّن أنّ الدالة: $x \mapsto (x-\lambda)\ln(x-\lambda) - x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto \ln(x-\lambda)$ على المجال $]\lambda; +\infty[$.

ب. عيّن دالة أصلية للدالة f على المجال $]\lambda; +\infty[$.

7. ارسم المستقيمان (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) .