ثـانوية الشهداء السبعة بوعيفل – سيدي عيش — السنــة الدراسيــة: 2020/2019

الفرض الأول للفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى: 3 ع تج — **المــدة :** $\log 10$ سا و $\ln\left(e^{30}\right)$ د

التمرين الأول: في كل مما يلي، يوجد اجابة واحدة صحيحة عينها مع التبرير:

1) الكتابة المبسطة للعدد A حيث : $A=\ln\left(e+e^{-1}+2\right)-2\ln\left(e+1\right)$ هي:

أ)- $A=e+1$ — ب)- $A=0$ — ج)- $A=-1$

2) مجموعة حلول المتراجحة: $\ln\left(2-x\right)+\ln\left(x+3\right)-\ln 4\geq 0$ هي:

أ)- $s=[1;2]$ — ب)- $s=]-2;1[$ — ج)- $s=[-2;1]$

3) الحل العام للمعادلة التفاضلية: $2y-y'+1=0$ هو الدوال f حيث: (c ثابت حقيقي)

أ)- $f\left(x\right)=ce^{2x}-\dfrac{1}{2}$ — ب)- $f\left(x\right)=ce^{x}-\dfrac{1}{2}$ — ج)- $f\left(x\right)=ce^{2x}-2$

4) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f\left(x\right)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{2}$ هي:

أ)- دالة زوجية — ب)-دالة فردية — ج)- ليست زوجية و لا فردية

5) f الدالة المعرفة على $[-1;1]-\{0\}$ بـ: $f\left(x\right)=1+\dfrac{\sqrt{1-x^{2}}}{x}$ ، $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المعلم $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

❶ الدالة المشتقة للدالة f هي:

أ)- $f'(x)=\dfrac{1}{x^{2}\sqrt{1-x^{2}}}$ — ب)- $f'(x)=\dfrac{-1}{x^{2}\sqrt{1-x^{2}}}$ — ج)- $f'(x)=\dfrac{2}{x^{2}\sqrt{1-x^{2}}}$

❷ $\left(C_f\right)$ يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 1:

أ)- مماسا معادلته: $y=x$ — ب)- نقطة زاوية — ج)- نصف مماس موازي لمحور التراتيب.

❸ المعادلة $f\left(x\right)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث:

أ)- $\alpha\in]1,01;1,02[$ — ب)- $\alpha\in]0,06;0,07[$ — ج)- $\alpha\in]-0,8;-0,7[$

التمرين الثاني:

I)- نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ كما يلي: $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x-2\right)^{2}}{x^{2}-1}$

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة من مجموعة التعريف . فسر النتيجة بيانيا؟.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ و شكل جدول تغيراتها.

3) أدرس الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي، ثم حدد نقطة تقاطعهما A .

4) عين احداثيات نقاط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع حاملي محوري الإحداثيات.

5) أكتب معادلة المماس $\left(D\right)$ للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند النقطة A.

6) أنشئ $\left(D\right)$ و $\left(C_f\right)$.

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و اشارة حلول المعادلة: $x^{2}\left(1-m^{2}\right)-4x=-4-m^{2}$.

II)- نعتبر الدالة g المعرفة بـ: $g\left(x\right)=\dfrac{\left(e^{x}-2\right)^{2}}{\left(e^{x}-1\right)\left(e^{x}+1\right)}$. و ليكن $\left(C_g\right)$ تمثيلها البياني في $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) عين مجموعة تعريف الدالة g .

2) بين أن: $g'\left(x\right)=e^{x}f'\left(e^{x}\right)$.

أستاذتكم تتمنى لكم كل التوفيق و النجاح _ بن صافية_

الإجابة المقترحة

التمرين الأول:

الإجابة الصحيحة	التبرير
1)..........ج	$A=\ln\left(e+e^{-1}+2\right)-2\ln\left(e+1\right)=\ln\left(e+e^{-1}+2\right)-\ln\left(e+1\right)^{2}=\ln\left(\dfrac{e+e^{-1}+2}{\left(e+1\right)^{2}}\right)$ $=\ln\left(\dfrac{e+\frac{1}{e}+2}{\left(e+1\right)^{2}}\right)=\ln\left(\dfrac{\frac{e^{2}+1+2e}{e}}{\left(e+1\right)^{2}}\right)=\ln\left(\dfrac{\left(e+1\right)^{2}}{e}\times\dfrac{1}{\left(e+1\right)^{2}}\right)=\ln\left(\dfrac{1}{e}\right)=\ln\left(e^{-1}\right)=-1$
2)..............ج	المجموعة المرجعية للمتراجحة هي: $D=\left]-3;2\right[$. منه: $\ln\left(2-x\right)+\ln\left(x+3\right)-\ln 4\geq 0$ أي: $\ln\left(2-x\right)+\ln\left(x+3\right)\geq\ln 4$ تكافيء: $\ln\left(\left(2-x\right)\left(x+3\right)\right)\geq\ln 4$ أي: $\left(\left(2-x\right)\left(x+3\right)\right)\geq 4$ أي: $-x^{2}-x+2\geq 0$ و بما أن: فان: $s=\left[-2;1\right]$ <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$ -2 1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$-x^{2}-x+2$</td><td>- + -</td></tr></table>
3)..............أ	$2y-y'+1=0$ تكافيء $y'=2y+1$ حلولها هي الدوال من الشكل: $f\left(x\right)=ce^{2x}-\dfrac{1}{2}$;$c\in\mathbb{R}$
4)..............أ	الدالة f زوجية لأن: من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ لدينا: $-x\in\mathbb{R}$ و: $f\left(-x\right)=\dfrac{e^{-x}+e^{x}}{2}=f\left(x\right)$
5) ❶ ....ب	الدالة المشتقة للدالة f هي: $f'\left(x\right)=0+\dfrac{\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^{2}}}\times x-1\times\sqrt{1-x^{2}}}{x^{2}}=\dfrac{\frac{x^{2}-\sqrt{1-x^{2}}^{2}}{\sqrt{1-x^{2}}}}{x^{2}}=\dfrac{-1}{x^{2}\sqrt{1-x^{2}}}$
❷ ....ج	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f\left(x\right)-f\left(1\right)}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1+\frac{\sqrt{1-x^{2}}}{x}-0}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+\sqrt{1-x^{2}}}{x\left(x-1\right)}=-\infty$ الدالة f غير قابلة للإشتقاق عند 1 منه $\left(C_{f}\right)$ يقبل نصف مماس موازي لحامل محور التراتيب.
❸ ....ج	مبرهنة القيم المتوسطة

التمرين الثاني:

الجزء الأول: $f\left(x\right)=\dfrac{\left(x-2\right)^{2}}{x^{2}-1}$ ، $D_{f}=\mathbb{R}-\left\{-1;1\right\}$

1) **حساب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف:**

$$\lim_{x\to+\infty}f\left(x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{2}}{x^{2}}=1\quad;\quad\lim_{x\to-\infty}f\left(x\right)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^{2}}{x^{2}}=1$$

$$\lim_{\substack{x\to-1\\<}}f\left(x\right)=\frac{\left(-1-2\right)^{2}}{\left(-1\right)^{2}-1}=+\infty\;;\;\lim_{\substack{x\to-1\\>}}f\left(x\right)=\frac{\left(-1-2\right)^{2}}{\left(-1\right)^{2}-1}=-\infty$$

$$\lim_{\substack{x\to1\\<}}f\left(x\right)=\frac{\left(1-2\right)^{2}}{\left(1\right)^{2}-1}=-\infty\;;\;\lim_{\substack{x\to1\\>}}f\left(x\right)=\frac{\left(1-2\right)^{2}}{\left(1\right)^{2}-1}=+\infty$$

نستنتج أن المنحنى $\left(C_{f}\right)$ يقبل مستقيمين مقاربين عموديين موازيين لمحور التراتيب معادلته: $x=-1$ ، $x=1$.

و مستقيما مقاربا أفقيا معادلته: $y=1$.

2) **حساب المشتقة:** f دالة معرفة و قابلة للاشتقاق على و دالتها المشتقة هي:

$$f'\left(x\right)=\frac{2\left(x-2\right)\left(x^{2}-1\right)-2x\left(x-2\right)^{2}}{\left(x^{2}-1\right)^{2}}$$

$$=\frac{2\left(x-2\right)\left[\left(x^{2}-1\right)-x\left(x-2\right)\right]}{\left(x^{2}-1\right)^{2}}$$

$$=\frac{2\left(x-2\right)\left(-1+2x\right)}{\left(x^{2}-1\right)^{2}}=\frac{4x^{2}-10x+4}{\left(x^{2}-1\right)^{2}}$$

اتجاه تغيرالدالة f:

$x-2=0$ أو: $-1+2x=0$

$x=2$ أو: $x=\frac{1}{2}$

x	$-\infty$ $\quad -1 \quad$ ½ $\quad 1 \quad 2 \quad +\infty$
$f'(x)$	+ $\quad$ + $\quad$ - $\quad$ - $\quad$ +

الدالة f متزايدة تماما على المجالات $]-\infty;1[$ و $\left]-1;\frac{1}{2}\right[$ و $]2;+\infty[$ ومتناقصة تماما $\left]\frac{1}{2};1\right[$ و $]1;2[$.

جدول التغيرات:

x	$-\infty$ $\quad -1 \quad$ ½ $\quad 1 \quad 2 \quad +\infty$
$f'(x)$	+ $\quad$ + $\quad$ - $\quad$ - $\quad$ +
$f(x)$	

3) **دراسة الوضع النسبي ل (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب الأفقي:** ندرس اشارة الفرق:

$$(f(x)-1)=\frac{(x-2)^2}{x^2-1}-1=\frac{-4x+5}{x^2-1}$$

x	$-\infty$	-1	1	5/4	$+\infty$
$-4x+5$	+	+	+	-	
x^2-1	+	-	+	+	
$\frac{-4x+5}{x^2-1}$	+	-	+	-	
الوضع النسبي ل (C_f) بالنسبة لـ (Δ)					

نقطة التقاطع هي: $A\left(\frac{5}{4};1\right)$

4) **حساب إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الإحداثيات:**

مع محور الفواصل:

$f(x)=0$ معناه: $\begin{cases}(x-2)^2=0\\ x^2-1\neq 0\end{cases}$ أي: $x=2$

إذن: $(C_f)\cap(xx')=\{(2;0)\}$.

مع محور التراتيب:

$f(0)=-4$ منه: $(C_f)\cap(yy')=\{(0;-4)\}$

5) **معادلة المماس عند النقطة** $A\left(\frac{5}{4};1\right)$ **:**

$$(T):\ y=f'\left(\frac{5}{4}\right)\left(x-\frac{5}{4}\right)+f\left(\frac{5}{4}\right)$$

$$y=\frac{-64}{9}\left(x-\frac{5}{4}\right)+1$$

$$y=-7,11x+9,89$$

6) **الإنشاء:** (أخر الورقة)

7) **المناقشة حسب قيم m عدد و إشارة حلول المعادلة:**

- $(x+m)(x+1)^2-x^3-2x^2=0$ **:**

$$x^2(1-m^2)-4x=-4-m^2$$

$$(x^2-4x+4)-m^2x^2+m^2=0$$

$$(x-2)^2-(m^2x^2-m^2)=0$$

تكافئ: $(x-2)^2=m^2(x^2-1)$

$$\frac{(x-2)^2}{(x^2-1)}=m^2$$

منه: $f(x)=m^2$

حلول المعادلة هي $f(x)=m^2$ فواصل نقاط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم الذي معادلته: $y=m^2$. (المناقشة أفقية).

- $m^2\in]0;1[$ أي: $0\prec m^2\prec 1$ منه: $-1\prec m\prec 1$ المعادلة لها حلان موجبان.
- $m^2=0$ أي: $m=0$ للمعادلة حل مضاعف.
- $m^2=1$ أي: $m=1$ أي: $m=-1$ للمعادلة حل وحيد موجب.
- $m^2\in]1;+\infty[$ أي: $m\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ للمعادلة حلان أحدهما موجب و الأخرسالب.

الجزء الثاني: لدينا: $g(x)=f(e^x)$

1) **مجموعة التعريف:**

$$D_g=\{x\in\mathbb{R}\ /\ e^x-1\neq 0\ ;\ e^x+1\neq 0\}$$

$$=\{x\in\mathbb{R}\ /\ e^x\neq 1\ ;\ e^x\neq -1\}$$

$$=\{x\in\mathbb{R}\ /\ x\neq 0\}=\mathbb{R}^*$$

2) بين أن: $g'(x)=e^xf'(e^x)$.

لدينا: $g(x)=f(e^x)$

منه: $g'(x)=e^xf'(e^x)$