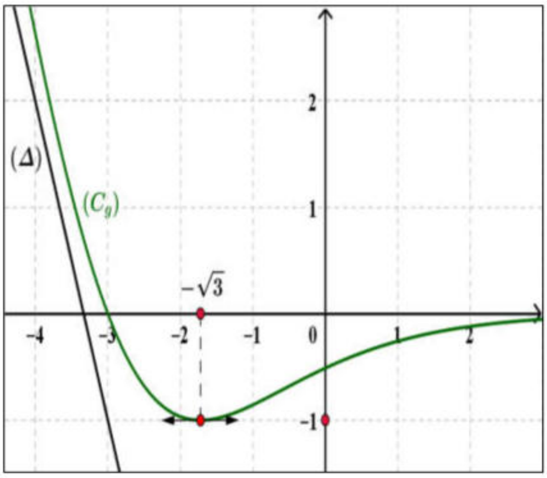
ثانوية عبد الحق بن حمودة - سيرات- مستغانم | السنة الدراسية : 2020/2019

المستوى: 3 تقني رياضي + علوم تجريبية | المــــدة : 1 سا

الفرض الأول للثلاثي الأول

التمرين الأول

نعتبر الدالة g المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل :



- المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $-\infty$.
- محور الفواصل مقارب لـ (C_g) بجوار $+\infty$.

1. بقراءة بيانية عين :

أ) $g(-3)$ ، $g(-\sqrt{3})$ ، $g'(-\sqrt{3})$.

ب) $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty}\left[g(x)+3x\right]$ ، $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$.

2. نعتبر الدالة f المعرفة و القابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ،

(C_f) تمثيلها البياني حيث $f'(x)=g(x)$.

- عين إشارة $f'(x)$.
- برر وجود نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).

التمرين الثاني

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $f(x)=x+a+\dfrac{b}{2(x-1)^2}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

I. جد قيمة العددين الحقيقيين a و b اذا علمت أن المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ و يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4.

II. نضع فيما يلي : $a=3$ و $b=5$.

1. أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له ، ثم أدرس وضعيته مع (C_f).

3. ليكن جدول تغيرات الدالة f كما يلي :

- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]-3.5;-3[$ ثم أعط حصرا لـ α سعته 10^{-1}.
- استنتج إشارة $f(x)$.

x	$-\infty$	1	2.7	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	$\|\|$ $-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	$\|\|$ $\searrow$	6.5	$\nearrow$

4. أرسم (Δ) ، (C_f).

III. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ : $h(x)=\left[f(x)\right]^2$ و (C_h) تمثيلها البياني.

- أكتب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة h .
- شكل جدول تغيرات الدالة h.

الأستاذ: فقلول . ع

التصحيح

التمرين الأول

1. أ) حساب : $g(-3)=0$ ، $g'(-\sqrt{3})=0$ ، $g(-\sqrt{3})=-1$.

ب) $\lim_{x\to-\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$ ، $\lim_{x\to-\infty}[g(x)+3x]=-10$ ، $\lim_{x\to+\infty}\dfrac{\overbrace{g(x)}^{0}}{\underbrace{x}_{+\infty}}=0$.

ملاحظة : معادلة المستقيم (Δ) : $y=-3x-10$.

2.

- تعيين إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$f'(x)=g(x)$	$+$	0	$-$

- تبرير وجود نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) :

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$+\infty$
$f''(x)=g'(x)$	$-$	0	$+$

التمرين الثاني

I. إيجاد قيمة العددين الحقيقيين a و b :

المنحنى (C_f) يشمل النقطة $A\left(0,\dfrac{11}{2}\right)$ معناه : $f(0)=0+a+\dfrac{b}{2(0-1)^2}=\dfrac{11}{2}$ أي $2a+b=11\cdots\cdots(1)$

يقبل عند النقطة ذات الفاصلة 2 مماسا معامل توجيهه -4 معناه : $f'(2)=-4$ أي

نحسب $f'(x)=1-\dfrac{b}{(x-1)^3}$ ومنه $f'(2)=1-\dfrac{b}{(2-1)^3}=-4$ أي $b=5$ ، نعوض في المعادلة (1) نجد $a=3$

II.

1. حساب النهايات : $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to1} f(x)=+\infty$.

2. المستقيم $(\Delta): y=x+3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) لأن

$$\lim_{|x|\to+\infty}[f(x)-(x+3)]=\lim_{|x|\to+\infty} x+3+\frac{5}{2(x-1)^2}-x-3=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{5}{2(x-1)^2}=0$$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ):ندرس إشارة الفرق $f(x)-y=\dfrac{5}{2(x-1)^2}>0$ ومنه من أجل كل $x\neq1$ المنحنى (C_f) فوق (Δ).

3. تبيان أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α :من خلال جدول التغيرات نلاحظ أن الدالة f مستمرة و رتيبة على المجال $]-\infty;1[$ فهي مستمرة و رتيبة على المجال $]-3.5;-3[$ و $f(-3.5)=-0.38$ ، $f(-3)=0.16$ أي $f(-3.5)\times f(-3)<0$ فإنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد $-3.5<\alpha<-3$ يحقق $f(\alpha)=0$.

- حصر α :

x	-3.5	-3.4	-3.3	-3.2	-3.1
$f(x)$	-0.38	-0.27	-0.16	-0.06	+0.05

ومنه $-3.2 < \alpha < -3.1$.

- استنتاج إشارة $f(x)$:

x	$-\infty$		α		1		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	

✍ كتابة $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير الدالة h : $h'(x)=2f'(x)\times f(x)$

✏ دراسة إشارة المشتقة

x	$-\infty$		α		1		2.7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

✏ جدول تغيرات الدالة :

x	$-\infty$		α		1		2.7		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$(6.5)^2$	$\nearrow$	$+\infty$

- $h(\alpha)=[f(\alpha)]^2=0^2=0$
- $h(7.2)=[f(7.2)]^2=(6.5)^2\simeq 42$

الرسم: