المستوى:الثالثة ثانوي رياضيات	**نوفمبر 2019**
الفرض الأول في الرياضيات	**المدة : 2 ساعة**

التمرين الأول: (05 نقط)

f دالة عددية لمتغير حقيقي x : $f(x)=\frac{3x-2}{|x-2|-1}$

1) عين مجموعة تعريف الدالة f .
2) اكتب $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .
3) ادرس استمرارية الدالة f عند القيمة $x_0=2$.
4) ادرس قابلية الاشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=2$.

التمرين الثاني: (8 نقط)

الجزء الأول :

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .
2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $g(x)=0$.
3) استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي x $1-(x^2+1)\sqrt{x^2+1}\leq 0$

الجزء الثاني:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=-x+1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.(وحدة الطول $2\ cm$).

1) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\frac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$
2) ادرس تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)+f(-x)=2$ ماذا تستنتج ؟
4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .
5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1<\alpha<2$.
6) أ) احسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)+x-2]$ ماذا تستنتج ؟

ب) احسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ ماذا تستنتج ؟

7) ارسم (C_f) .

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m = 0$$

التمرين الثالث: (7 نقط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = (a x^2+bx +c)e^{-x}$

حيث c، b ، a أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) عين الأعداد الحقيقية a، b ، c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0\,;\,-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x)=0$.

2) نضع $a=1$، $b=0$، $c=-3$

ادرس تغيرات الدالة f، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

4) ارسم (T) و (C_f) .

5) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي x: $f(x)+2f'(x)+f''(x) = 2\,e^{-x}$

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $x^2-3 + me^x = 0$.

بالتوفيق

إن النجاح هو ذلك البحر الذي لا يستطيع أن يسبح فيه الفاشلون ...

التصحيح النموذجي

<table>
<tr><th>رقم التمرين</th><th>الحل</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><td rowspan="4">التمرين 1</td><td>1) مجموعة تعريف الدالة f
$D_f = \mathbb{R} - \{1 ; 3\}$</td><td>1</td><td rowspan="4">5 ن</td></tr>
<tr><td>2) كتابة $f(x)$ بدون رمز القيمة المطلقة .
$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x-2}{x-3}; & x \geq 2 \text{ و } x \neq 1 \\ \frac{3x-2}{-x+1}; & x \leq 2 \text{ و } x \neq 3 \end{cases}$$</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3)استمرارية الدالة f عند القيمة $x_0=2$
$$\lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x) = \lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} f(x) = f(2) = -4$$
و منه الدالة مستمرة عند 2</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4) قابلية الاشتقاق الدالة f عند القيمة $x_0=2$
$$\lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = -7 \quad ; \quad \lim_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 1$$
بما أن
$$\lim_{\substack{x \to 2 \\ >}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \neq \lim_{\substack{x \to 2 \\ <}} \frac{f(x)-f(2)}{x-2}$$
و منه الدالة غير قابلة للاشتقاق عند 2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>التمرين 2</td><td><u>الجزء الأول</u> :
1) تغيرات الدالة g
• النهايات
$$\lim_{x \to +\infty} g(x) = -\infty; \lim_{x \to -\infty} g(x) = -\infty$$
• الدالة المشتقة $g'(x) = \frac{-3x(x^2+1)}{\sqrt{x^2}}$
• اتجاه التغير
g دالة متزايدة تماما على $]-\infty ; 0[$ و متناقصة تماما على $]0 ; +\infty[$
• جدول التغيرات
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr></table></td><td>0.5
0.5
0.25
0.5</td><td>8 ن</td></tr>
</table>

$g(x)$	$-\infty \nearrow 0 \searrow -\infty$

0.25

2) المعادلة $g(x)=0$ تكافئ $x=0$

0.25

3) من جدول التغيرات نلاحظ أن: $g(x)\leq 0$

<u>الجزء الثاني</u> :

0.5

1) الدالة المشتقة: $f'(x)= -1+\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x\times\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{(\sqrt{x^2+1})^2}$

$f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

2) تغيرات الدالة

- النهايات

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$$

0.5

- اتجاه التغير

f دالة متناقصة تماما $\mathbb{R}$

0.25

جدول التغيرات

0.5

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	-	
$f(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	

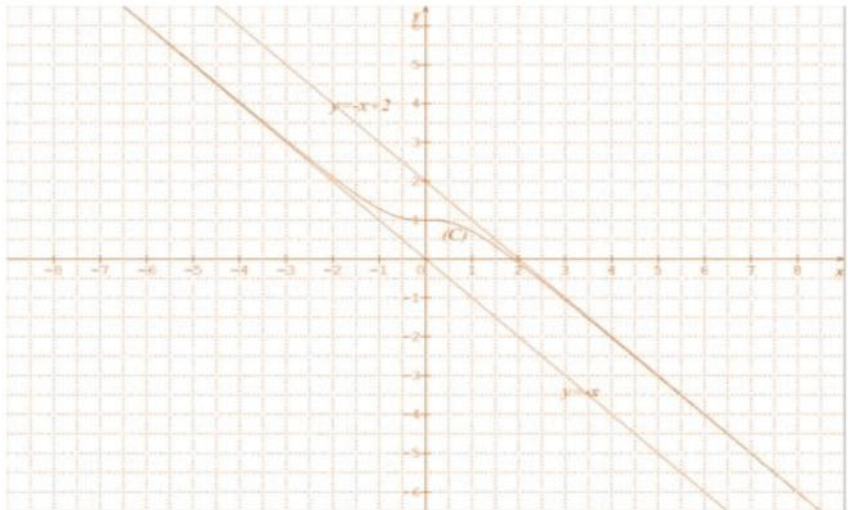
0.75

3) $f(x)+f(-x)=-x+1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}+x+1+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=2$

المنحنى يقبل مركز تناظر $\omega\ (0;1)$

0.5

4) $y=1$ معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة .

5) f دالة مستمرة و متناقصة تماما على المجال $[1;2]$ و $f(1)\times f(2) < 0$ $f(1) = 0.71$ و $f(2) = -0.11$ مبرهنة القيم المتوسطة.	**0.5**
6) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)+x-2] = \lim\limits_{x\to+\infty}\left[-1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right]$ $= \lim\limits_{x\to+\infty}\left(-1+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = 0$ نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $y=-x+2$ مستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x] = \lim\limits_{x\to-\infty}\left[1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right]$ $= \lim\limits_{x\to-\infty}\left(1+\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}\right) = 0$ نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $y=-x$ مستقيم مقارب مائل بجوار $-\infty$	**0.5** **0.5**
7) إنشاء (C)  	**0.5**

	0.75	8) المناقشة حسب قيم الوسيط m عدد و إشارة الحلول : $1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m = 0$ و منه $-x+1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} = -x+m$ $f(x)= -x + m$ حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم $y= -x + m$ الموازي للمستقيمين المقاربين . $m\in]-\infty;0[$ المعادلة لا تقبل حلول . $m\in]0;1[$ المعادلة تقبل حل سالب . $m=1$ المعادلة تقبل حل معدوم . $m\in]1;2[$ المعادلة تقبل حل موجب . $m\in]2;+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلول .	

التمرين 3 | **1**

(1 $\begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \end{cases}$

7 ن

2) تغيرات f :

- النهايات **1**

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty;\ \lim_{x\to+\infty} f(x) = 0;$$

- المشتقة **0.75**

$$f'(x) = (-x^2 + 2x + 3)\, e^{-x}$$

- اتجاه التغير **0.5**

و منه الدالة f متزايدة على المجال$[-1\ ;\ 3]$ و متناقصة تماما على $]-\infty\ ;\ -1]\ [3\ ;+\infty[$

- جدول التغيرات **0.5**

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$-2e$	↗	$\frac{6}{e^3}$	↘	0

3) كتابة معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0 **0.5**

$(T) : y = 3x - 3$

0.5

- إحداثيات نقط تقاطع المنحنى مع حامل محور الفواصل

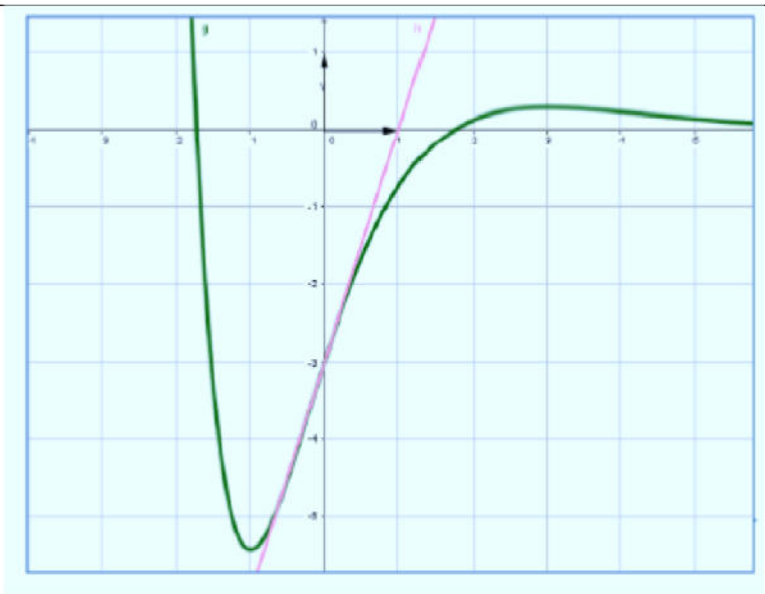
$x = \sqrt{3}$ او $x = -\sqrt{3}$

4)رسم (C_f) و (T)

0.75

0.5

1



5) نبين انه من اجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فان

$f(x)+2f(x)+f''(x)=2e^{-x}$

$f(x)=(x^2-3)e^{-x}$

$f'(x) = (-x^2+2x+3)\,e^{-x}$

$f''(x)=(x^2-4x-1)\,e^{-x}$

و منه $f(x)+2f'(x)+f''(x) = 2e^{-x}$

6) المناقشة بيانيا

$x^2-3+me^x=0$ و منه $me^x = -(x^2-3)$

$f(x)=-m$

و منه حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم ذو المعادلة $y=-m$

لما $-m<-2e$ معناه $m>-2e$ المعادلة لا تقبل حلول .

لما $-m=-2e$ معناه $m=-2e$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب .

لما $-3>-m>-2e$ معناه $3<m<2e$ للمعادلة حلين سالبين .

لما $-m=-3$ معناه $m=3$ للمعادلة حلين احدهما معدوم و الآخر سالب .

لما $-3<-m\leq 0$ معناه $0\leq m<3$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة .

لما $0<-m<\frac{6}{e^3}$ معناه $-\frac{6}{e^3}<m<0$ للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .

لما $-m=\frac{6}{e^3}$ معناه $m=-\frac{6}{e^3}$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة .

لما $-m>\frac{6}{e^3}$ معناه $m<-\frac{6}{e^3}$ للمعادلة حل وحيد سالب .