

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ للفضاء نعتبر النقاط: $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ و $C(2;0;0)$

- (1) اكتب معادلة ديكراتية للمستوي (ABC) ؛ ثم احسب بُعد النقطة O عن المستوي (ABC) .
- (2) اكتب معادلة ديكراتية للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (BC) .
- (3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P) .
- (4) ماذا يمثل المستقيم (Δ) في المثلث ABC .

(5) بين أن الجملة: $\begin{cases} x = t \\ y = 4 - 4t \\ z = t \end{cases}$ حيث $t \in \mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (d) المتوسط المار من B في المثلث ABC .

(6) بين أن إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي $\left(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}; \frac{8}{9}\right)$.

(7) بين أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC) .

(8) احسب من جديد بُعد النقطة O عن المستوي (ABC) .

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(1) عين العدد المركبين α و β حيث $\begin{cases} 3\alpha + i\beta = 2 - 5i \\ \bar{\alpha} + i\bar{\beta} = -2 - i \end{cases}$ حيث $\bar{\alpha}$ مرافق α و $\bar{\beta}$ مرافق β

(2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

A و B نقطتان لاحقتاهما: $z_A = -i$ و $z_B = -2 - 2i$

أ. اكتب z_A و z_B على الشكل الأسّي.

ب. أحسب العدد $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}$.

ج. عين قيم العدد الطبيعي n حيث يكون $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا.

(3) z عدد مركب صورته M حيث $z \neq -2 - 2i$ و z' عدد مركب حيث: $z' = \frac{z+i}{z+2+2i}$

أ. عبر هندسيا عن طويلة z' بدلالة AM و BM ، ثم استنتج (E) مجموعة النقط M حتى يكون $|z'| = 1$. أرسم المجموعة (E) .

ب. عبر هندسيا عن عمدة z' بدلالة \vec{AM} و \vec{BM} ، استنتج (F) مجموعة النقط M حيث يكون z' تخيليا صرفا، أرسم المجموعة (F) .

ج. أحسب لاحقة كل من C و D نقطتي تقاطع (E) و (F) .

د. عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بالدستور: $f(x) = x + 2 - 2 \ln|2x + 1|$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. خذ $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$.

I.

1. احسب نهاية $f(x)$ عندما x يؤول إلى $-\frac{1}{2}$ واستنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) .

2. ادرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.

3. أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x$.

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 وأكتب معادلته.

5. أحسب $f(-1)$ و $f(0)$ ، أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f) .

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m . عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x) = x + m$.

II. نعتبر الدالة العددية F للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0; +\infty[$ بالعلاقة: $F(x) = -2x + (2x + 1) \ln(2x + 1)$

1. بين أن الدالة F أصلية على المجال $[0; +\infty[$ للدالة: $h: x \mapsto 2 \ln(2x + 1)$.

2. احسب بالسنتمتر المربع المساحة A للحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (T) والمستقيمين ذو المعادلتين $x = 0$ و $x = \frac{3}{2}$.

III. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x + 1)^2$

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن $-\frac{1}{2}$ يكون لدينا: $-1 - x \neq -\frac{1}{2}$ و $g(-1-x) = g(x)$

2. استنتج أن (Γ) المنحنى الممثل للدالة g يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.

3. أثبت أن $g(x) = f(x)$ على مجال يطلب تعيينه.

4. استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من (C_f) ، ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق.

التمرين الرابع: (5,5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_1 = \frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = u_n \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$

1. برهن بالتراجع أن $u_n > 0$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n .

2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\ln u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{2}\right) + \ln\left(1 + \frac{1}{2^2}\right) + \dots + \ln\left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$

3. نضع $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$ و $T_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^n}$

اعتمادا على النتيجة التالية: من أجل كل عدد حقيقي موجب x ، $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x$

بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $S_n - \frac{1}{2}T_n \leq \ln u_n \leq S_n$

4. عبّر بدلالة n عن كل من المجموعتين S_n و T_n ، ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n$.

5. أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

ب) نقبل النتيجة التالية: "إذا كانت متتاليتان (v_n) و (w_n) متقاربتان حيث $w_n \leq v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فإن $\lim_n w_n \leq \lim_n v_n$ "

" . علما أن (u_n) متقاربة نحو العدد l ، بين أن: $1 \leq \ln l \leq \frac{5}{6}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد l .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) برهن أن الدوران r ذو الزاوية α و المركز Ω ذو اللاحقة ω هو التحويل النقطي في المستوي المركب الذي يرفق بكل نقطة M ذات

$$z' - \omega = e^{i\alpha} (z - \omega) \quad \text{حيث: } z' \text{ ذات اللاحقة } M' \text{ نقطة } z' - \omega = e^{i\alpha} (z - \omega) .$$

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر $(O; \vec{u}; \vec{v})$ ، الوحدة البيانية $1cm$

نعتبر التحويل النقطي T في هذا المستوي والذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z بالنقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z' = iz + 4 + 4i$$

أ. عين اللاحقة ω للنقطة Ω حيث $T(\Omega) = \Omega$.

ب. بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $z' - 4i = i(z - 4i)$

ج. استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميزة.

3) A و B نقطتان لاحقتاهما: $z_A = 4 - 2i$ و $z_B = -4 + 6i$

أ. عين لاحقتي النقطتين A' و B' صورتي A و B على الترتيب بالتحويل T .

ب. علم النقط A' ، B' ، A ، B و Ω في المستوي المركب.

4) نسمي p ، m ، n و q لواحق النقط P ، M ، N و Q على الترتيب منتصفات للقطع المستقيمة: $[AA']$ ، $[BB']$ ، $[A'B]$ و $[B'A]$ على الترتيب.

أ. أحسب p ، m ، n و q ثم علم النقط P ، M ، N و Q في نفس المعلم السابق.

ب. برهن أن المستقيمين (AB') و (ΩN) متعامدان.

ج. بين أن: $\frac{q-m}{n-m} = i$ و $\frac{q-p}{m-n} = 1$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $MNPQ$.

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(-2;1;1)$ والشعاع $\vec{n}(2;1;-5)$ ناظم له، والمستوي (P') ذو المعادلة: $2x + y + z - 10 = 0$

أ. برهن أن المستويين (P) و (P') متعامدان.

ب. برهن أن المستويين (P) و (P') متقاطعان وفق المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(3;1;3)$ و الموجّه بالشعاع $\vec{u}(-1;2;0)$

ج. احسب المسافة بين النقطة $A(3;1;2)$ والمستقيم (Δ) .

2. نعتبر من أجل كل عدد حقيقي t النقطة $M(3-t;1+2t;3)$ من الفضاء.

أ. عبر عن المسافة AM بدلالة t .

ب. h الدالة العددية للمتغير الحقيقي t معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $h(t) = AM$

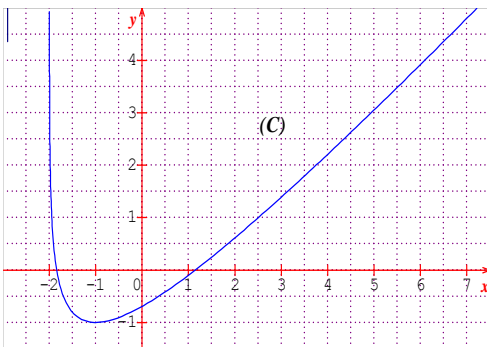
أدرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج من جديد المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

التمرين الثالث: (4,5 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x - \ln(x+2)$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ الشكل المقابل...

1) أحسب $g(-1)$ ، وبقراءة بيانية، حدد اتجاه تغير الدالة g .



- (2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = g(u_n)$
- (3) أعد رسم المنحني (C) على ورقتك المليمترية وضع على حامل محور الفواصل الحدود: u_0, u_1, u_2 و u_3 (لا يطلب حساب الحدود)
- (4) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n \geq -1$
- (5) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.
- (6) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.
- (7) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: المعرفة بـ $v_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،
 $v_n = \ln(u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)$
- أ. أثبت أنه من أجل عدد طبيعي $n: v_n = 3 - u_n$
- ب. أستنتج: $\lim_n (u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

- I. لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بالدستور: $f(x) = \ln x - \frac{1}{\ln x}$ نسمي (C_f) المنحني الممثل للدالة f و (Γ) المنحني الذي معادلته $y = \ln x$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
1. أدرس ووضح النهايات للدالة f عند 1 وعند $+\infty$.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x > 1$ لدينا: $f'(x) = \frac{1 + (\ln x)^2}{x(\ln x)^2}$
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها.
4. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$ ، قدم تفسيراً هندسياً للنتيجة.
5. وضح الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) و (Γ) .
- II. نزيد البحث عن المماسات للمنحني (C_f) المارة بالمبدأ O ، ليكن a عدد حقيقي من المجال $]1; +\infty[$.
1. برهن أن المماس T_a للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a يمر بمبدأ الإحداثيات إذا و فقط إذا كان $f(a) - af'(a) = 0$
2. لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بالدستور: $g(x) = f(x) - xf'(x)$ برهن أنه على المجال $]1; +\infty[$ المعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ لهما نفس الحلول.
3. لتكن الدالة u ذات المتغير الحقيقي t والمعرفة على \mathbb{R} بالدستور: $u(t) = t^3 - t^2 - t - 1$
- أ. ادرس تغيرات الدالة u وأنشئ جدول تغيراتها.
- ب. بين أن الدالة u تنعدم مرة واحدة فقط على \mathbb{R} .
- ج. استنتج وجود مماس وحيد للمنحني (C_f) يمر بالمبدأ O .
- د. أثبت أن الحل الوحيد α للمعادلة $u(x) = 0$ يحقق: $1,83 < \alpha < 1,84$.
- هـ. استنتج أن معادلة المماس (T_{e^α}) المار من المبدأ O هي $y = \left(\frac{1 + \alpha^2}{e^\alpha \alpha^2} \right)$.
- III. الإنشاء والدراسة البيانية
1. أنشئ ه المماس (T_{e^α}) والمنحنيين (Γ) و (C_f) ، يعطى ما يلي: $\alpha \approx 1,8$ و $e^\alpha \approx 6,26$
2. نعتبر عدد حقيقي m ، من قراءة بيانية أدرس حسب قيم العدد الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x) = mx$ التي تنتمي إلى المجال $]1; 10[$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غرداية
حل نموذجي لامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي 2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الأول.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
		التمرين الأول: 04 نقاط
04 نقاط	0,5 0,5	(1) معادلة للمستوي (ABC) : $2x + y + 2z - 4 = 0$ المسافة بين O و (ABC) هي : $d(O; (ABC)) = \frac{4}{3}$
	0,5	(2) معادلة ديكارتية للمستوي (P) : $x - 2y = 0$
	0,5	(3) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P) مع $t \in R$ $\begin{cases} x = 4t \\ y = 2t \\ z = -5t + 2 \end{cases}$
	0,25	(4) (Δ) هو العمود النازل من A في المثلث ABC .
	0,25+0,25	(5) التحقق من أن إحداثيات كلا من النقطتين B و $I(1;0;1)$ منتصف القطعة $[AC]$ تحققان الجملة.
0,5	(6) إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي : $(\frac{8}{9}; \frac{4}{9}; \frac{8}{9})$	
0,5	(7) $H \in (ABC)$ و \overrightarrow{OH} يعامد (ABC) .	
0,25	(8) $d(O; (ABC)) = OH = \frac{4}{3}$	
		التمرين الثاني: 05 نقطة
0,5	(1) $\alpha = 1 - i$ و $\beta = -2 + i$	
0,25+0,25	(2) أ) $z_B = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ و $z_A = e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ب) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016} = \left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2016} = e^{504i} = 1$ ج) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقيا معناه $\frac{n\pi}{4} = 2k\pi$ مع $k \in Z$ أي $n = 8k$.	
0,5	(3) أ) $ \omega = \frac{ \omega + i }{ \omega + 2 + 2i } = \frac{AM}{BM}$	
0,5	معناه $ \omega = 1$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$ + رسم (E)	
0,5	ب) $\arg(\omega') = (\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA})$	
0,5	مع $k \in Z$ $\begin{cases} (\overrightarrow{MB}; \overrightarrow{MA}) = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ M \neq A; M \neq B \end{cases}$ معناه $\omega' \in iR$	
0,5	مجموعة النقط هي دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء النقطتين A و B + رسم (F)	

	0,5	$\omega = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ أو $\omega = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ أي $\omega' = -i$ أو $\omega' = i$ معناه $\omega' \in iR$ و $ \omega' = 1$
	0,5	وبالتالي: $z_D = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ و $z_C = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$ (د) $ABCD$ مربعاً (مع التعليل)
		التمرين الثالث: 5,5 نقطة
	0,25+0,25	(1) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x) = \frac{3}{2} - 2 \ln(0^+) = +\infty$. للمنحني (C_f) مستقيم مقارب معادلته $x = -\frac{1}{2}$
	0,25	(2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ و
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x+1) \left(\frac{x+2}{2x+1} - 2 \frac{\ln(2x+1)}{2x+1} \right) = +\infty \left(\frac{1}{2} - 0 \right) = +\infty$
	0,25	f تقبل الاشتقاق على $R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ باعتبارها مجموع دوال تقبل الاشتقاق على R و $R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$
	0,25	$f'(x) = 1 - \frac{4}{2x+1} = \frac{2x-3}{2x+1}$
	0,25	f متزايدة تماماً على المجالين $\left[\frac{3}{2}; +\infty[\right]$ و $]-\infty; -\frac{1}{2}[$
	0,25	f متناقصة تماماً على المجال $]-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}[$
	0,25	
	0,25	(3) $f(x) = x$ يكافئ $\ln 2x+1 = 1$ يكافئ $x = \frac{e-1}{2}$ أو $x = \frac{-e-1}{2}$
5,5 نقاط	0,25	إحداثيات نقطتي التقاطع: $\left(\frac{e-1}{2}; \frac{e-1}{2} \right)$ و $\left(\frac{-e-1}{2}; \frac{-e-1}{2} \right)$
	0,25+0,25	(4) $f'(x) = -3$ يكافئ $x = 0$. كون للمعادلة حلاً واحداً فإن المنحني (C_f) يقبل مماساً واحداً ميله -3 .
	0,25	معادلة للمماس (T) : $y = -3x + 2$
	0,25	(5) $f(0) = 2$ و $f(-1) = 1$
	0,5 الرسم	(6) $f(x) = x + m$ حلولها هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمت التي معادلته $y = x + m$. مناقشة:
	0,25	إذا كان $m < 2$ فإن للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة.
	0,25	إذا كان $m = 2$ فإن للمعادلة حلين أحدهما معدوم والآخر سالب تمام.
	0,25	إذا كان $m > 2$ فإن للمعادلة حلين متمايزين سالبين تماماً.
	0,25	II - 1. من أجل كل x من $[0; +\infty[$ ، $F'(x) = 2 \ln(2x+1)$ ،
	0,25	2. $A = \int_0^{\frac{3}{2}} [f(x) - (-3x + 2)] dx \text{ cm}^2 = [-F(x) + 2x^2]_0^{\frac{3}{2}} \text{ cm}^2 = (7,5 - 8 \ln 2) \text{ cm}^2$.
	0,25	III - 1. من أجل كل x من $R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ ، $-1 - x \neq -\frac{1}{2}$ منه $x \neq -\frac{1}{2}$ ،

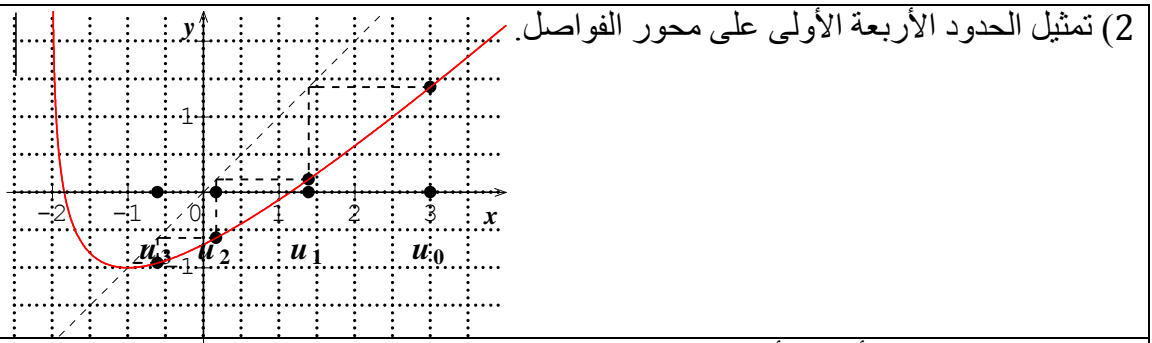
		$g(-1-x) = \frac{3}{2} + \left -1-x + \frac{1}{2} \right - \ln[2(-1-x)+1]^2 = \frac{3}{2} + \left -x - \frac{1}{2} \right - \ln(-2x-1)^2 = g(x)$ و
	0,25	(2) استنتاج أن المنحني (C_g) يقبل محور تناظر معادلته: $x = -\frac{1}{2}$
	0,25	(3) من أجل $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$ $g(x) = f(x)$ ، $x \in$
	0,25	(4) (Γ) ينطبق على (C_g) في المجال $\left] -\frac{1}{2}; +\infty \right[$. وإتمام رسم (Γ) نأخذ نظير الجزء المرسوم بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x = -\frac{1}{2}$.
		التمرين الرابع: 5,5 نقاط
	0,25	1. من أجل $n=1$ ، $u_1 = \frac{3}{2} > 0$ محققة (بداية التراجع)
	0,25	نفرض أن $u_n > 0$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع)
	0,5	لدينا: $u_n > 0$ منه $u_n \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right) > 0$ أي $u_{n+1} > 0$ (استنتاج التراجع)
	0,25	2. من أجل $n=1$ ، $\ln u_1 = \ln \frac{3}{2} = \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ محققة (بداية التراجع)
	0,25	نفرض أن $\ln u_n = \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \ln \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) + \dots + \ln \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع)
	0,5	لدينا: $\ln u_{n+1} = \ln u_n \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right) = \ln u_n + \ln \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$ $= \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right) + \ln \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) + \dots + \ln \left(1 + \frac{1}{2^n}\right) + \ln \left(1 + \frac{1}{2^{n+1}}\right)$ (استنتاج التراجع)
5,5 نقاط	0,5	3. $\frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4^2} \leq \ln \left(1 + \frac{1}{2^2}\right) \leq \frac{1}{2^2}$ و $\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2^2} \leq \ln \left(1 + \frac{1}{2}\right) \leq \frac{1}{2}$ و... و $\frac{1}{2^n} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4^n} \leq \ln \left(1 + \frac{1}{2^n}\right) \leq \frac{1}{2^n}$ بالجمع طرف لطرف نحصل على: $S_n - \frac{1}{2} T_n \leq \ln u_n \leq S_n$
	0,5+0,5	4. $T_n = \frac{1}{4} \frac{1 - \frac{1}{4^n}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^n}\right)$ و $S_n = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{1}{2^n}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n}$
	0,5+0,5	. $\lim_{n \rightarrow +\infty} T_n = \frac{1}{3}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$
	0,25	5. أ) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2^{n+1}} u_n > 0$. (u_n) متزايدة تماما.
	0,5	ب) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \ln u_n = \ln l$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(S_n - \frac{1}{2} T_n\right) = \frac{5}{6}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = 1$ وبالتالي $\frac{5}{6} \leq \ln l \leq 1$
	0,25	من $\frac{5}{6} \leq \ln l \leq 1$ ينتج أن $e^{\frac{5}{6}} \leq l \leq e$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غرداية
حل نموذجي لامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي 2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الثاني.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
التمرين الأول: 05 نقاط		
	0.75	$\frac{z'-\omega}{z-\omega} = e^{i\alpha} \text{ أي } \begin{cases} \left \frac{z'-\omega}{z-\omega} \right = 1 \\ \arg\left(\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right) = \alpha \end{cases} \text{ أي } \begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\Omega M; \Omega M') \end{cases} \text{ معناه } M \neq \Omega \text{ و } r(M) = M' \quad (1)$
05 نقاط	3×0.25	<p>(2) أ) لدينا $\omega = i\omega + 4 + 4i$ أي $\omega = 4i$. ب) إثبات أن $z' - 4i = i(z - 4i)$. ج) طبيعة T: دوران T دوران مركزه النقطة $\Omega(4i)$ والزاوية $\alpha = \frac{\pi}{2}$.</p>
	2×0.25 0.75	<p>(3) أ) $z_{A'} = 6 + 8i$ و $z_{B'} = -2$. ب) تعليم النقط.</p>
	4×0.25 0.5 0.75	<p>(4) أ) منتصفات القطع: $m = 5 + 3i$، $n = 1 + 7i$، $p = -3 + 3i$، و $q = 1 - i$. ب) إثبات أن $(B'A)$ يعامد (ΩN)، لدينا: $\frac{z_A - z_{B'}}{n - \omega} = -2i$، إذن $-\frac{\pi}{2}$ - قيسا للزاوية $(\Omega N; B'A)$. ج) إثبات أن $\frac{q - m}{n - m} = i$ وأن $\frac{q - p}{m - n} = 1$، ينتج $(\overline{MN}; \overline{MQ}) = \frac{\pi}{2}$ و $MN = MQ$ وأن $MN = PQ$ و $(PQ) \parallel (MN)$ ينتج أن الرباعي $MNPQ$ مربع.</p>
التمرين الثاني: 4.5 نقطة		
	0.75 01	<p>(1) أ) المستوي (P) يعامد (P') لأن $\vec{n} \cdot \vec{n}' = 0$ حيث $\vec{n}(2;1;1)$. ب) بما أن (P) يعامد (P') فإن المستويين متقاطعان وفق مستقيم، وبما أن $C \in (P) \cap (P')$ وأن $\vec{n} \cdot \vec{u} = 0$ و $\vec{u} \cdot \vec{n}' = 0$ فإن (Δ) مستقيم التقاطع.</p>
	0.5	<p>ج) المسافة: $u.l$: $d(A; (\Delta)) = \sqrt{d^2(A; (P)) + d^2(A; (P'))} = 1$.</p>
4.5	0.5 1	<p>(2) $AM = \sqrt{5t^2 + 1}$. ب) بما أن $h'(t) = \frac{5t}{\sqrt{5t^2 + 1}}$ فإن الدالة h متزايدة تماما على المجال $[0; +\infty[$ وناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0]$.</p>
	0.75	<p>النقطة M تمسح المستقيم (Δ)، إذن المسافة $u.l$: $d(A; (\Delta)) = h(0) = 1$.</p>
التمرين الثالث: 4.5 نقطة		
4.5 نقاط		<p>(1) $(-1) = -1$، الدالة g متناقصة تماما على $]-2; -1]$ و متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$.</p>



01

01

(3) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n: u_n \geq -1$.
 بداية التراجع: من أجل $n = 0$ لدينا: $u_0 = 3 \geq -1$ الخاصية محققة.
 فرضية التراجع: نفرض أن $n \geq -1$ محققة إلى غاية الرتبة n
 برهان التراجع: نبين أن $n+1 \geq -1$.
 لدينا من الفرضية $n \geq -1$ وبما أن g متزايدة تماما على $[-1; +\infty[$ فإن $g(u_n) \geq -1$
 $u_{n+1} \geq -1$

0.5

(4) إثبات أن المتتالية (u_n) متناقصة: من أجل كل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\ln(u_n + 2) \geq 0$
 لأن $u_n \geq -1$

0.75

(5) المتتالية (u_n) متقاربة كونها متناقصة ومحدودة من الأسفل ($u_n \geq -1$)
 النهاية: $\lim_n u_n = l$ ومنه $\ln(l+2) = 0$ أي $l = -1$ ومنه $\lim_n u_n = -1$

0.75

(6) أ) إثبات أن $n = 3 - u_n$:
 لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n+1 = u_n - \ln(u_n + 2)$ أي $\ln(u_n + 2) = u_n - u_{n+1}$ ومنه
 $v_n = (u_0 - u_1) + (u_1 - u_2) + \dots + (u_{n-1} - u_n) = u_0 - u_n = 3 - u_n$

0.5

ب) استنتاج النهاية: لدينا $\lim_{n \rightarrow +\infty} ((u_0 + 2)(u_1 + 2) \dots (u_{n-1} + 2)) = \lim(e^{v_n}) = e^4$

التمرين الرابع: 06 نقاط

2×0.25

0.25

0.25

0.25

x	1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(I) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ مع التوضيح

(2) حساب المشتقة: $f'(x) = \frac{(\ln x)^2 + 1}{x(\ln x)^2}$ بعد تحديد مجموعة قابلية الاشتقاق

(3) الدالة f متزايدة تماما على $]-1; +\infty[$ ،

جدول تغيراتها في المقابل.

2×0.25

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x) = 0$ منه المنحنيين (C) و (Γ) متقاربان بجوار $+\infty$.

0.25

(5) وضعية المنحنيين (C) و (Γ): $f(x) - \ln x = -\frac{1}{\ln x} < 0$ منه (C) فوق (Γ) على $]-1; +\infty[$.

0.25

(II) (1) إثبات أن المماس (T_a) للمنحنى (C) يمر من المبدأ معناه $f(a) - af'(a) = 0$.

0.25

(2) إثبات أن للمعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ نفس الحلول.

6 نقاط

2×0.25

2×0.25

0.25

(3) أ) تغيرات الدالة $u: \lim_{t \rightarrow +\infty} u(t) = -\infty$ ، $\lim_{t \rightarrow -\infty} u(t) = +\infty$

لدينا $u'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (3t+1)(t-1)$ إذن u مناقصة تماما على المجال $]-\frac{1}{3}; 1[$

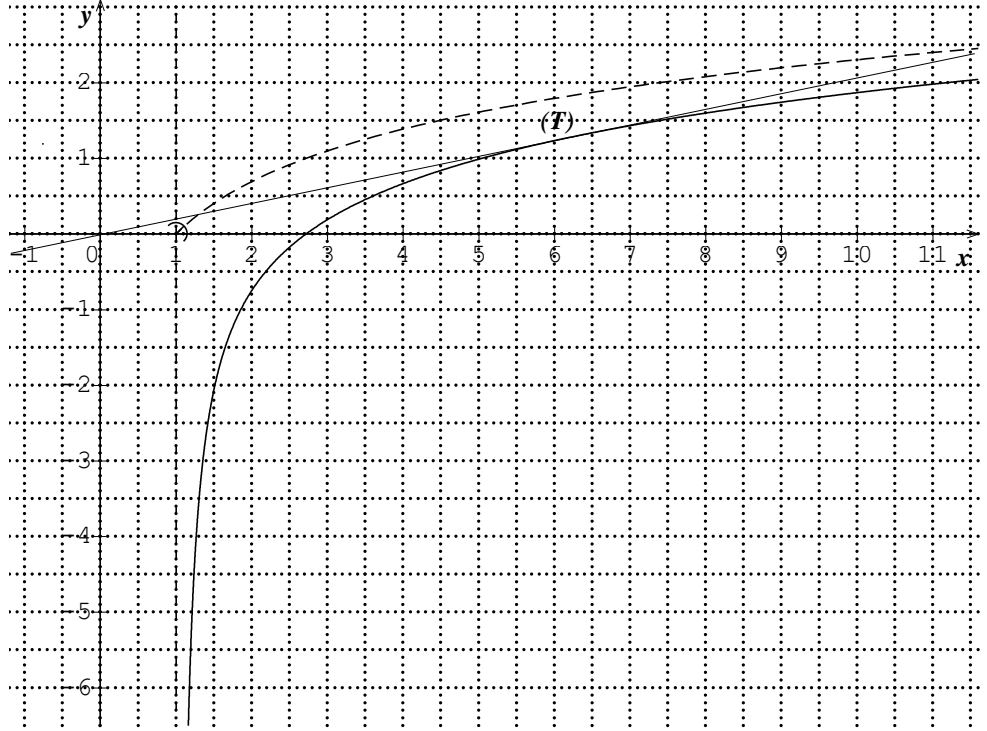
ومتزايدة تماما على المجالين $]-\infty; -\frac{1}{3}[$ و $]-\frac{1}{3}; +\infty[$.

جدول التغيرات:

t	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	1	$+\infty$
$w(x)$	+	0	-	0
$u(x)$	$-\infty$	$-\frac{22}{27}$	-2	$+\infty$

0.25

ب) إثبات ان الدالة u تنعدم عند قيمة واحدة فقط. بتطبيق ميرهنة القيم المتوسطة على المجال

0.25	<p>[1; +∞[وهي سالبة تماما على المجال]-∞; 1]. (ج) بما المعادلة $u(t) = 0$ تقبل حلا وحيدا على \mathbb{R} أي المعادلة $f(x) - xf'(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا إذن يوجد مماس واحد لـ (C) يمر من المبدأ 0.</p>
0.25	<p>(د) المعادلة $u(t) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على \mathbb{R} وبما أن $1.83 < \alpha < 1.84$ فإن $u(1.83) \times u(1.84) \cong -1.968 \times 10^{-4}$.</p>
0.25	<p>(هـ) بما أن حل المعادلة $u(t) = 0$ هو α فإن حل المعادلة $g(x) = 0$ هو $x = e^\alpha$ ومنه معادلة المماس (T_{e^α}) المار من المبدأ من الشكل $y = \left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}\right)x$.</p>
1	<p>(III) 1) إنشاء المستقيم (T_α) والمنحنيين (C) و(Γ):</p> 
0.25	<p>(2) حلول المعادلة $f(x) = mx$ على المجال]1; 10[بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y = mx$، نميز الحالات الآتية:</p> <ul style="list-style-type: none"> * إذا كان $m \in \left]-\infty; \frac{f(10)}{10}\right]$ المعادلة $f(x) = mx$ تقبل حلا واحدا على المجال]1; 10[. * إذا كان $m \in \left]\frac{f(10)}{10}; \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}\right[$ المعادلة $f(x) = mx$ تقبل حلين متمايزين على المجال]1; 10[. * إذا كان $m = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}$ المعادلة $f(x) = mx$ تقبل حلا مضاعفا على المجال]1; 10[هو e^α. * إذا كان $m \in \left]\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2 e^\alpha}; +\infty\right[$ المعادلة $f(x) = mx$ لا تقبل حولا على المجال]1; 10[.