

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) بين أن العدد 2017 أولي.

(2) نعتبر في \mathbb{Z}^2 المعادلة ذات المجهول $(x; y)$: $14119x - 10085y = 22187$... (E) ...
أ/ أوجد القاسم المشترك الأكبر للأعداد: 22187 ، 10085 و 14119.

ب/ بين أن الثنائية $(2; 3)$ حلا خاصا للمعادلة (E) ثم عين مجموعة حلولها.

ج/ عين الثنائيات $(x; y)$ حلول المعادلة (E) بحيث يكون $PGCD(x; y) = 11$.

(3) أ/ أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 5^n و 7^n على 11.

ب/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $5^n + 7^{2017}$ قبلا للقسمة على 11.

(4) ليكن a و b عدنان طبيعيان غير معدومين كلا منهما أصغر من 8 ، نعتبر $N = \overline{a01b}$ مكتوب في النظام العشري
أ/ تحقق أن : $10^3 \equiv (-1)[11]$

ب/ عين قيم العدد الطبيعي N حيث باقي قسمته على 11 هو 4.

ج/ أكتب هذا العدد في النظام ذي العد 11.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) عين العددين الحقيقيين x و y بحيث $4 = 0 + x^2 e^{2iy}$ و $x > 0$ ثم تحقق أن العدد المركب $-2i$ يحقق هذه المساواة.

(2) نرفق بكل عدد مركب Z يختلف عن $-2i$ العدد المركب Z' حيث: $Z' = \frac{Z-2i}{Z+2i}$.

لتكن النقط A ، B ، M ، M' صور الأعداد $2i$ ، $-2i$ ، Z و Z' على الترتيب في مستوي منسوب إلى معلم متعامد

و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نضع : $Z = -2i + r e^{i\theta}$ حيث $r \in \mathbb{R}_+^*$ و $\theta \in \mathbb{R}$.

أ/ بين أن : $Z' - 1 = \frac{4}{r} e^{i(-\frac{\pi}{2}-\theta)}$

ب/ عين مجموعة النقط M التي من أجلها يكون Z' عددا حقيقيا.

ج/ بين أنه إذا كانت M تنتمي إلى الدائرة (C) التي مركزها B و نصف قطرها 2 فإن M' تنتمي إلى دائرة (C') يطلب تحديد عناصرها المميزة.

(3) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة I ذات اللاحقة $e^{i\frac{3\sqrt{2}}{2}}$ و زاويته α .

أ/ عين القيس الرئيسي للعدد α إذا علمت أن صورة A بالدوران R هي النقطة ذات اللاحقة 1.

ب/ عين على الرسم النقط : $A ; B ; I$.

ج/ تحقق أن الدائرة (C') صورة دائرة مركزها A بالدوران R ثم أرسم شكلا في نفس المعلم السابق.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

نعتبر المتتاليتين (u_n) و (v_n) المعرفتان من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ :

$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + \frac{1}{n} \end{cases} \text{ من أجل } n \geq 2 \text{ و } v_n = u_n - \ln n \text{ من أجل } n \geq 1 .$$

(1). / أحسب u_2 ، u_3 ، u_4 .

ب/ بين بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$

$$(2). / بين من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم : $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} \cdot dx \leq \frac{1}{k}$$$

ب/ استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$: $u_n - \frac{1}{n} \leq -\ln n \leq u_n$ و $0 \leq v_n \leq 1$.

$$(3). / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx$$$

ب/ استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n) .

(4). / بين أن المتتالية (v_n) متقاربة ، نرسم α إلى نهاية المتتالية (v_n) (لا يطلب حساب α)

ب/ ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟

التمرين الرابع: (07 نقاط)

k عدد حقيقي موجب تماما ، نعتبر الدالة f_k المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f_k(x) = x - 1 + e^{kx}$

نرمز بـ (C_k) للمنحني الممثل للدالة g_k في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1- نعتبر الدالة g_k المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g_k(x) = 1 + (1 + kx) e^{kx}$.

1. أدرس $g'_k(x)$ ثم أدرس إشارته .

2. شكل جدول تغيرات الدالة g_k ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g_k(x) > 0$.

1-1. / بين أن جميع المنحنيات (C_k) تمر بنقطة ثابتة I يطلب تعيين إحداثياتها .

ب/ أحسب نهاية الدالة f_k عند $-\infty$ و $+\infty$.

ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_k) بجوار $-\infty$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f_k ثم شكل جدول تغيراتها .

3. / عين معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_k) عند النقطة التي فاصلتها 0 .

ب/ بين أن النقطة $F_k \left(-\frac{2}{k}; -\frac{2}{k}(1 + e^{-2}) - 1 \right)$ نقطة انعطاف للمنحني (C_k) .

4. / بين أن المعادلة $f_k(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0 \leq \alpha \leq 1$.

ب/ بين أن المسافة بين النقطة $N(\alpha; f_1(\alpha))$ و المستقيم (D) تساوي $\alpha e^\alpha / \sqrt{2}$.

5. / بين أنه من أجل عدد حقيقي ، $f_k(x) + f_{-k}(-x) = -2$. ماذا تستنتج بالنسبة لـ (C_k) و (C_{-k}) ؟

ب/ أرسم في نفس المعلم (C_1) و (C_{-1}) .

III- λ عدد حقيقي سالب تماما. نعتبر التكامل التالي: $I_k = \int_\lambda^0 -xe^{kx} dx$.

1. هل العدد I_k يمثل مساحة؟

2. باستعمال الكاملة بالتجزئة أحسب I_1 ثم $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} I_1$ ، فسر هذه النتيجة.

$\lambda \rightarrow -\infty$

$$3. \text{ بين أن : } \lim_{\lambda \rightarrow -\infty} I_k = \frac{1}{k^2}$$

الموضوع الثاني:

التمرين الاول : (04 نقط)

I- a, b, c أعداد طبيعية حيث : $1 \leq a \leq b \leq c$

عين الأعداد a, b, c علما أن في النظام ذي الأساس a يكون $b+c=46$ و $bc=545$.

II- نعتبر المعادلة $21x - 17y = 8$ (1) ، حيث x و y عددين صحيحين طبيعيين .

1. أ) عين الثنائية $(x_0; y_0)$ حل للمعادلة (1) .
ب) حل في \mathbb{N}^2 للمعادلة (1) .

2. أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي القسمة الإقليدية للعدد 9^n على 13 .

ب) بين أنه إذا كان $(\alpha; \beta)$ حل للمعادلة (1) فإن $3^{34\beta+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 0 [13]$.

3. أ) بين أنه إذا كان $(x; y)$ حل للمعادلة (1) و $x \equiv 0 [4]$ فإن $y \equiv 0 [4]$.

ب) عين $(x; y)$ حلول للمعادلة (1) التي يكون من أجلها $PGCD(x; y) = 4$

التمرين الثاني : (05 نقط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$. لتكن النقط H, D, C, B, A التي لواحقها على الترتيب :

$$Z_H = 1 + Z_D, \quad Z_D = -\frac{1}{a}i, \quad Z_C = ia, \quad Z_B = 1 + \frac{a-1}{a}i, \quad Z_A = a$$

حيث a عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 .

1) أ - تحقق أن : $Z_B - Z_D = \overline{Z_D}(Z_A - Z_C)$

ب- أستنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

2) أ - عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B ويحول C إلى D .

ب- حدد لاحقة المركز Z_Ω للتحويل S . ثم عين العناصر المميزة الأخرى لهذا التحويل .

ج - بين أن المثلثين OAC و BHD متشابهان ثم جد علاقة بين مساحتهما .

3) لتكن (M_n) متتالية نقط من المستوي معرفة كما يلي : $M_0 = A$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $M_{n+1} = S(M_n)$

حيث Z_n لاحقة النقطة M_n ونضع : $U_n = |Z_n - Z_\Omega|$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ- بين أن (U_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- عين قيم a بحيث تكون (U_n) متتالية متقاربة .

ج - نرسم T_n إلى مجموعة أطوال القطع المستقيمة $[M_{n+1}, \Omega], [M_n, \Omega], \dots, [A, \Omega]$. أحسب المجموع T_n بدلالة n .

4) لتكن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق : $Z = a(1 + e^{i\theta})$ حيث $\theta \in R$.

* حدد الطبيعة والعناصر المميزة للمجموعة (Γ) لما يمسح العدد θ المجموعة R .

التمرين الثالث : (04 نقط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر النقط : $A(3;2;1)$, $B(3;5;4)$, $C(0;5;1)$

- 1- بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع .
- 2- تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1;-1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) ، ثم استنتج معادلة ديكرتية له.
- 3- أ) عين إحداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC .
ب) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الذي يمر بالنقطة G ويعامد المستوي (ABC) .
ج) نعتبر النقطة $S(2+t;4+t;2-t)$ حيث t عدد حقيقي . عين العدد t حتى يكون $AS^2 = AB^2$.
- 4- أ) عين طبيعة رباعي الوجوه $FABC$ حيث $F(4;6;0)$ ثم أحسب حجمه V .
ب) بين أن المستقيمين (FA) و (BC) متعامدان .

ج) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\|\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MF}\| = 6$

بين أن المستوي (ABC) يقطع (S) وفق دائرة محيطة بالمثلث ABC يطلب مركزها وطول نصف قطرها .

التمرين الرابع : (07 نقط)

- 1- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$
- 2- نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$ و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \geq 1$ ، $f(x) = \ln x + \ln\left(1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}\right)$ ،

ب) من أجل $x \geq 1$ ، بين أن $x - 1 = \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \left(x \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right)$

ج) بين أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند 1. فسر النتيجة بيانيا .

2. أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنه كل من أجل عدد حقيقي x من المجال $]1; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ، ثم شكل جدول تغير الدالة f .

ج) أرسم المنحى (C_f) .

3. ليكن S مساحة الحيز D المنحى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=3$ و A و B نقطتان من (C_f) فاصلتهما على الترتيب 1 و 3 ، والنقطتان $p(1; 2\ln(1 + \sqrt{2}))$ و $Q(3; 0)$ من المستوي .

أ) أحسب مساحة كل من المستطيل $APBQ$ و المثلث ABQ .

ب) أستنتج أن $2\ln(1 + \sqrt{2}) \leq S \leq 4\ln(1 + \sqrt{2})$. (ملاحظة $(1 + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{2}$) .

3- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{e^{2x} + 1}{2e^x}$ و (C_g) تمثيلها البياني .

1. بين أنه كل من أجل عدد حقيقي $x \geq 0$: $g(x) \geq 1$.
2. أ) بين أن $g \circ f(x) = x$ إذا كانت $M(x; y)$ نقطة من (C_f) فان $M'(x; y)$ نقطة من (C_g) .
 ب) ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنيين (C_f) و (C_g) ? أرسم المنحنى في المعلم السابق (C_g) .
3. ليكن S' مساحة الحيز D' المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات التي معادلاتها $x = 0$ ، $x = 2\ln(1 + \sqrt{2})$ و $y = 3$.

أ) بين أن $S' = 6\ln(1 + \sqrt{2}) - \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x)dx$

ب) أحسب $\int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x)dx$ ثم أستنتج قيمة S .

تصحيح الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(1) $\sqrt{2017} \approx 44,9$

العدد 2017 لا يقبل القسمة على الأعداد الأولية الأصغر

من $\sqrt{2017}$ فإن 2017 عدد أولي. (0,25)

(2) $PGCD(2017; 10085; 14119) = 1$. (0,25)

ب/ فعلا محققة تصبح (E) من الشكل: $7x - 5y = 11$. (0,25)

(0,25) $S = \{(5k + 3, 7k + 2); k \in \mathbb{Z}\}$

ج/ $S = \{(55k' + 33, 77k' + 44); k' \in \mathbb{Z}\}$. (0,5)

(3) $5^{4k+r} \equiv 5^r \pmod{11}$ حيث $r \in \{0, 1, 2, 3\}$. (0,5)

بواقى قسمة 5^n على 11 هي: 1, 4, 5, 9.

$7^{10k+r} \equiv 7^r \pmod{11}$ حيث $r \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

بواقى قسمة 87^n على 609 هي: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

(0,5)

ب/ $k \in \mathbb{N}; n = 4k + 1$. (0,25)

(4) $1016, 7011, 2017$ محققة (0,25)

ب/ $1016, 7011, 2017$. (0,5)

ج/ $7011 = 52\alpha^4, 1016 = 844^4, 2017 = 1574^4$

$\alpha = 10$. (0,5)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) $x^2 e^{2iy} + 4 = 0$ تكافئ $4e^{i\pi}$ $x^2 e^{2iy} = 4e^{i\pi}$

(0,5) مع $\begin{cases} x^2 = 4 \\ 2y = \pi + 2\pi k \end{cases}$ و منه $\begin{cases} x = 2 \\ y = \frac{\pi}{2} + \pi k \end{cases}$

- التحقق:

$2e^{-i\frac{\pi}{2}} - 2i$

(0,25) $2^2 e^{-2i(-\frac{\pi}{2})} = -4 + 4 = 0 + 4$

(2) $1 = \frac{4}{r} e^{i(-\frac{\pi}{2}-\theta)} z'$ و منه $z' = \frac{r}{4} e^{i(\frac{\pi}{2}+\theta)}$

ب/ $z' \in \mathbb{R}$ يكافئ $\text{Arg}(z') = \pi k$ $k \in \mathbb{Z}$

$z' \in \mathbb{R}$ يكافئ $(\overline{BM}; \overline{AM}) = \pi k$

مجموعة النقط M هي مستقيم (AB) أي محور الترتيب ما عدا

النقطة B (0,5)

ج/ $M \in (C)$ معناه $|z + 2i| = 2$

$M \in (C)$ معناه $2e^{i\theta} - 2i = z$ $\theta \in \mathbb{R}$

من أ/ $z' - 1 = 2e^{i(-\frac{\pi}{2}-\theta)}$

(0,5) $(\alpha = -\frac{\pi}{2} - \theta) z' - 1 = 2e^{i\alpha}$

$|z' - 1| = 2$ معناه $M'K = 2$

M' تنتمي إلى الدائرة (C') التي مركزها K ذات اللاحقة 1 و

طول نصف قطرها 2 (0,25)

(3) $R(A) = K$ أ/

(0,25) $Z_I \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) \quad Z_K - Z_I = a(Z_A - Z_I)$

ب/ (0,5)

ج/ $R(A) = K$ مع K مركز الدائرة (C')

(0,25) (C') هي صورة (C) التي مركزها A بـ R

الرسم: (0,5)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(0,75) $u_4 = \frac{25}{12}, u_3 = \frac{11}{6}, u_2 = \frac{3}{2}$ أ/ (1)

ب/ البرهان بالتراجع (0,75)

أ/ لدينا: (2)

$\frac{1}{k+1} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{k}$ منه $k \leq x \leq k+1$

و منه $\int_k^{k+1} \frac{1}{k+1} dx \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{k} dx$

(0,5) و بالتالي: $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx \leq \frac{1}{k}$

ب/ لدينا: $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx \leq \frac{1}{k}$

$\frac{1}{2} \leq \int_1^2 \frac{1}{x} dx \leq 1$ $:= 1k$

$\frac{1}{3} \leq \int_2^3 \frac{1}{x} dx \leq \frac{1}{2}$ $:= 2k$

$\frac{1}{n} \leq \int_{n-1}^n \frac{1}{x} dx \leq \frac{1}{n-1} := n-1k$

بالجمع و حسب علاقة شال للتكامل

$u_n - 1 \leq \int_1^n \frac{1}{x} dx \leq u_n - \frac{1}{n}$

(0,5) $u_n - 1 \leq \ln n \leq u_n - \frac{1}{n}$

و نبين أن $0 \leq v_n \leq 1$

لدينا: $u_n - 1 \leq \ln n \leq u_n - \frac{1}{n}$

$-1 \leq \ln n - u_n \leq -\frac{1}{n}$

$0 < \frac{1}{n} \leq v_n \leq 1$

أي $0 \leq v_n \leq 1$ (0,5)

(0,5) $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx$ أ/ (3)

ب/ بما أن

$\frac{1}{n+1} \leq \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx$ لأن $\frac{1}{k+1} \leq \int_k^{k+1} \frac{1}{x} dx \leq \frac{1}{k}$

و عليه $\frac{1}{n+1} - \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx \leq 0$

أي $v_{n+1} - v_n \leq 0$

(0,5) (v_n) متناقصة على \mathbb{N}^*

تابع التمرين الرابع:

(5) $f_k(x) + f_{-k}(-x) = -2$ / محققة.

الإستنتاج:

(0,5) $M(x; f_k(x)) \in (C_k)$ فإن $M'(-x; f_k(x) - 2)$ من (C_{-k})

و منتصف $[MM']$ هي $I(0; -1)$ فإن (C_k) و (C_{-k}) متناظرين بالنسبة إلى I

(0,25) (C_1) و (C_{-1}) بالرسم
III. 1. من أجل $x \leq 0$:

$(x - 1) - f_k(x) = -xe^{kx} \geq 0$

إذن k هو مساحة الحيز المحدد بـ (C_k) و المستقيمات التي معادلاتها: $0 = \lambda x$ ، $0 = x - 1y$ و $(0,25)$

(0,25) $I_1 = 1 + \lambda e^\lambda - e^\lambda$ (2)

(0,25) $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} I_1 = 1$

التفسير:

هذه النهاية تعني أن مساحة الحيز المحدد بـ (C_k) و محور الترتيب و (D) تساوي 1. (0,25)

(3) باستعمال المكاملة بالتجزئة نجد:

(0,25) $I_k = \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k^2} (\lambda k e^{\lambda k} - e^{\lambda k})$

$\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} I_k = \frac{1}{k^2}$

$a = \frac{\pi}{2}$ و منه $a = i$

تابع التمرين الثالث:

(0,5) (v_n) متناقصة و محددة من الأسفل فإنها متقاربة
(0,5) $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} (v_n + \ln n) = +\infty$ ب/

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(0,25) $g'_k(x) = k(2 + kx) e^{kx}$ (1.1)

x	$-\infty$	$-\frac{2}{k}$	$+\infty$
$g'_k(x)$	-	0	+

(0,25)

x	$-\infty$	$-\frac{2}{k}$	$+\infty$
$g'_k(x)$	-	0	+
$g_k(x)$	1	$1 - e^{-2}$	$+\infty$

(0,5)

حسب جدول تغيرات g_k لدينا:

(0,25) $g_k(x) \geq 1 - e^{-2} \geq 0$
و عليه من أجل كل x من \mathbb{R} : $g_k(x) \geq 0$.

(1.1) $f_k(0) = 1$ /

(0,25) جميع المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة $I(0; 1)$

(0,25) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_k(x) = -\infty$ ب/

(0,25) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_k(x) = +\infty$

(0,25) $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f_k(x) - y] = 0$ ج/

(2) لدينا:

(0,25) $f'_k(x) = 1 + (1 + kx)e^{kx}$
 $f'_k(x) = g_k(x) > 0$

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'_k(x)$		+
$f_k(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(0,5)

(0,25) $(\Delta): y = 2x - 1$ / (3)

(0,25) $f''_k(x) = g'_k(x)$ ب/

$f''_k(x)$ يعدم عند $-\frac{2}{k}$ و يغير إشارته عندها إذن النقطة F_k

(0,25) نقطة انعطاف للمنحني (C_k)

(0,25) (4) / مبرهنة القيم المتوسطة

$d(N; (D)) = \frac{|\alpha - 1|}{\sqrt{2}}$ ب/

(0,25) $d(N; (D)) = \frac{1 - \alpha}{\sqrt{2}}$ لأن $(\alpha - 1 < 0)$

$$1 - \alpha = \alpha e^\alpha \text{ معناه } f_1(\alpha) = 0$$

(0,25)

$$d(N; (D)) = \frac{\alpha e^\alpha}{\sqrt{2}} : \text{وعليه}$$

المستوي: 3 رياضي	حل نموذجي	مديرية التربية لولاية عين الدفلى
المادة: الرياضيات	و سلم التنقيط	السنة الدراسية: 2017/2016
اداة التقويم: الاختبار الثالث	الموضوع الثاني	

التنقيط	الأجوبة	الوحدات
	<u>التمرين الأول:</u>	
0.25	<p> b و c هما حلا المعادلة : $x^2 - 2(2a + 3)x + 5a^2 + 4a + 5 = 0$</p> <p>$\Delta = 4(-a^2 + 8a + 4)$</p>	الموافقة والتعداد
0.50	<p>$\Delta \geq 0$ يكافئ $a \in [2 - \sqrt{20}; 2 + \sqrt{20}]$ ، $a = 7$ أو $a = 8$</p> <p>$a = 7$ فإن $\Delta = 11$ (مرفوض)</p> <p>$a = 8$ الحلان هما 17 و 21. ($c = 21$، $b = 17$، $a = 8$)</p>	
0.25	<p>1/ Π - (أ) $(x_0; y_0) = (2, 2)$.</p>	
0.25	<p>(ب) $s = \{(17k + 2, 21k + 2), k \in \mathbb{N}\}$.</p>	
0.50	<p>2 - (أ) $9^{3k+r} \equiv 9^r [3]$ حيث $r \in \{0, 1, 2\}$.</p>	
0.50	<p>بوقي قسمة 9^n على 13 هي 99 . 1</p>	
0.50	<p>(ب) - [13] $9^{21\alpha} - 2 \equiv 9^{21\alpha+2} - 2$</p> <p>$3^{34\beta+20} - 9^{21\alpha} - 2 \equiv 0 [13]$</p>	
0.50	<p>3- (أ) $\begin{cases} 17y = 4(21\lambda - 2) \\ x = 4\lambda \end{cases}$ حسب غوص فإن $y \equiv 0 [4]$.</p> <p>(ب) $x \equiv 0 [4]$ يعني $k = 4k' + 2$</p> <p>$x \equiv 0 [8]$ يعني $k = 4l + 6$</p> <p>$k = 4(2l + 1) + 2$ ، و $k' \neq 2l$ و عليه $k' = 2l$.</p> <p>$k = 8l + 2$</p> <p>$x = 136l + 36$ و $y = 168l + 44$ حيث $l \in \mathbb{N}$.</p>	
0.25		
2×0.25		

التمرين الثاني:

0.25

(1) - أ - محققة .

0.25

ب- $(\vec{CA}, \vec{DB}) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$ (محققة) .

0.50

2- أ - $z' = \frac{1}{a} iz + 1 - \frac{1}{a} i$

0.75

ب - $\theta = \frac{\pi}{2}$ ، $k = \frac{1}{a}$ ، $z_{\Omega} = 1$ **ج - $S(O) = H$ ، $S(C) = D$ ، $S(A) = B$ صورة المثلث OAC ب S هو المثلث**

0.75

 S و BHD تشابه مباشر ، المثلثان OAC و BHD متشابهان .

$$. S(BHD) = \frac{1}{a^2} S(OAC)$$

0.50

3- أ - $u_{n+1} = \frac{1}{a} u_n$:- **(v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{a}$ وحدها الاول $u_0 = |a - 1|$**

0.50

ب- $a \in]1; +\infty [$

2x

$$T_n = \frac{a|a-1|}{a-1} \left[1 - \left(\frac{1}{a} \right)^{n+2} \right] \quad \text{ج-}$$

0.25

4 - (Γ) دائرة مركزها A ذات الاحقة a

0.50

وطول نصف قطرها $r = a$

0.50

0.50

التمرين الثالث:

0.75

1- المثلث ABC متقايس الاضلاع الان $AB = AC = BC = 3\sqrt{2}$

0.50

2- شعاع ناظمي للمستوي (ABC) لان $\vec{AB} \cdot \vec{n} = 0$ و $\vec{AC} \cdot \vec{n} = 0$.

و $M(x, y; z) \in (ABC)$ معناه : $\vec{AM} \cdot \vec{n} = 0$

معادلة (ABC) : $x + y - z - 4 = 0$

0.25

3- أ - مركز ثقل المثلث ABC ، و $G(2,4,2)$

0.25

$$\begin{cases} x = 2 + k \\ y = 4 + k \\ z = 2 - k \end{cases} \quad \text{ب - } M(x, y; z) \in (\Delta) \text{ يكافئ } (k \in R)$$

0.25

ج - لاحظ أن S نقطة من (Δ)

$AS^2 = AB^2$ يكافئ $3t^2 = 12$ حيث $t \in \{-2, 2\}$ ومنه $S(4;6;0)$ أو $S(0;2;4)$

0.25

د - F تنتمي الى (Δ) ومنه المثلثات FGB ، FGA ، FGC قائمة ومتقايسة لان

$GA = GB = GC$ ومنه $FA = FB = FC = AB$

رباعي الوجوه $FABC$ منتظم . $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \times FG$ و

0.25

$$V = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} AB^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \times FG$$

لاحظ : $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB^2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$ و منه $V = 9u.v$

0.25

4- $\vec{FA} \cdot \vec{BC} = 0$ ومنه (FA) و (BC) متعامدان.

5- أ - $\|\vec{MG} + \vec{MF}\| = 6$ تكافئ $MI = 3$ حيث I منتصف $[FG]$.

المجموعة (S) هي سطح الكرة التي مركزها I وطول نصف قطرها 3.

ب - بمأن $I \in (\Delta)$ فإن : $IG = d(AB, I) = \sqrt{3}$.

0.25

المجموعة (S) والمستوي (ABC) يتقاطعان في دائرة مركزه G

وطول نصف قطرها $r = \sqrt{6}$.

0.25

متوسط المثلث متقايس الاضلاع ABC يساوي $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ وعليه $\sqrt{6} = \frac{2}{3} \left(\frac{2\sqrt{6}}{2} \right)$

0.25

المجموعة (S) والمستوي (ABC) يتقاطعان في دائرة محيطة بالمثلث ABC .

التمرين الرابع :

0.50

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1} = 1$ وعليه 1 " قابلة للاشتقاق عند 1 والدالة \ln " $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - \ln 1}{x-1} = 1 - I$

بوضع $z = x - 1$ فإن $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\ln(z+1)}{z} = 1$

..... أ-1 محققة من أجل $x \geq 1$

0.25

ب- محققة من أجل $x \geq 1$.

0.25

ج- $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{\ln x}{x-1} + \frac{\ln \left[1 + \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} \right]}{\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}} + \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} \right] = +\infty$

0.25

المنحى (C_f) يقبل نصف مماس موازي لمحور الترتيب عند النقطة التي فاصلتها 1.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ / أ-2

0.25

ب / $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$

0.25

0.50

x	1	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	0	$+\infty$

0.50

ج/ البيان :

0.50

0.25

ب / المستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس (o, \vec{i}, \vec{j}) فإن (C_f) و (C_g) متناظران

بالنسبة الى المنصف الاول $(\Delta): y = x$

01

$$S' = \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} [3 - g(x)] dx \quad \underline{\text{ب 3}}$$

$$S' = [3x]_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} - \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x) dx$$

$$S' = 6\ln(1+\sqrt{2}) - \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x) dx$$

$$\int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} g(x) dx = \int_0^{2\ln(1+\sqrt{2})} \frac{1}{2} [e^x + e^{-x}] dx \quad \underline{\text{ب 4}}$$

$$= \frac{1}{2} [e^x + e^{-x}]_0^{2\ln(1+\sqrt{2})}$$

$$= 2\sqrt{2}$$

بأن (C_f) و (C_g) متناظران بالنسبة الى المنصف الاول $\Delta = \Delta'$ ومنه $S = S'$

0.50

$$S = S' = [6\ln(1+\sqrt{2}) - 2\sqrt{2}] \quad u.v$$

0.25

0.50