امتحان تجريبي لبكالوريا دورة جوان 2021

شعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية **المدة: ساعتين**

على المترشح أن يختار احد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول:

(u_n) ممتالية عددية معرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n + 2 \end{cases}$$

1) احسب كلا من u_1 ، u_2 و u_3 .
2) نضع: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ من أجل كل n من $\mathbb{N}$.
أ) برهن أن (v_n) ممتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب) عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
3) أ) احسب المجموع S_n بدلالة n ،حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$
ب) استنتج المجموع S'_n بدلالة n ،حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الثاني:

a ، b و c أعداد صحيحة بحيث: $a \equiv 7[11]$ ، $b \equiv 2[11]$ وباقي القسمة الإقليدية ل c على 11 هو 10.

1) عين باقي القسمة الاقليدية على 11 لكل من العددين: $a \times b$ و $a^2 + b^2$.
2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $C^{2n} \equiv 1[11]$
3) أ) تحقق أن: $2023 \equiv 10[11]$
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: 2023^{2021} و 2023^{2022} على 7.

التمرين الثالث:

لتكن F الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2) استنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى (C_f).
3) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع محوري الإحداثيات.
4) أكتب معادلة المماس (Δ) عند النقطة ذات الفاصلة $x = 0$.
5) ارسم المماس (Δ) والمنحنى (C_f).

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 5 .
2) عين باقي قسمة كل من 2^{2021} و 2^{1442} على 5.
3) تحقق أن: $2022 \equiv 2[5]$ ، ثم استنتج باقي قسمة 2022^{2021} على 5.
4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2^{412} + 2^{8n+2} + 10 \equiv 0[5]$

التمرين الثاني:

(u_n) ممتالية حسابية معرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_5 = 17 \\ u_2 + u_4 = 18 \end{cases}$$

1) احسب الحد u_3 ثم الأساس r لهذه المتتالية.
2) احسب الحد الأول u_0 لهذه المتتالية.
3) نضع: $u_0 = -3$ و $r = 4$.
   - اكتب عبارة u_n بدلالة n .
4) بين أن 2021 حد من حدود المتتالية (u_n) و حدد رتبته.
5) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_4 + u_5 + \cdots + u_n$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
   ب) ادرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2) برهن أن النقطة A التي فاصلتها $x = 0$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).
3) أ) تحقق أن النقطة $B(2,3)$ تنتمي للمنحنى (C_f) .
   ب) أوجد معادلة المماس (T) عند النقطة B .
4) أنشئ (C_f) و (T) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.