Etablissement privé d'éducation et d'enseignement - L'Opiniâtre

المؤسسة الخاصة للتربية و التعليم - أوبينياتر

المستوى: الثالثة ثانوي علوم تجريبية	**نوفمبر 2019**
الفرض الأول في الرياضيات	**المدة: 2 ساعة**

<u>التمرين 01 :</u> (8 نقط)

حل في $\mathbb{R}$ ما يلي :

1) أ) $e^x + \frac{e}{e^x} = 1 + e$

ب) $e^{3x+1} + 4e^{2x+1} - 5e^{x+1} = 0$

2) أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $(E_1): \; x^2 - x - 5 = 1$

ب- استنتج حلول المعادلات الآتية بعد إعطاء مجموعة التعريف .

$(E_2): \; (\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$

$(E_3): \; \ln(x^2 - x - 5) = 0$

$(E_4): \; \ln(x) + \ln(x-1) = \ln 6$

<u>التمرين 02</u> : (12 نقطة)

I- g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = -4 + (4 - 2x)e^x$

1) ادرس تغيرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّين أحدهما معدوم والآخر α حيث: $1,59 < \alpha < 1,60$

3) استنتج إشارة $g(x)$.

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{2x-2}{e^x - 2x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(وحدة الطول $2\,cm$)

1) بيّن أنّ (C_f) يقبل عند -∞ و +∞ مستقيمين مقاربين معادلتاهما على الترتيب : $y = -1$ و $y = 0$

(نقبل أنّ $\lim_{x \to -\infty} x e^x = 0$ و $\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$)

2) أ) برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$.

ب) استنتج إشارة $f'(x)$ ثمّ شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) احسب $f(1)$ ثمّ استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

3) أ) بيّن أنّ : $f(\alpha) = -1 + \frac{1}{\alpha-1}$ حيث α هو العدد المعرف في السؤال 2 من الجزء I .

ب) استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ (تدور النّتائج إلى 10^{-2})

جـ) ارسم (C_f) .

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$2x-2=(e^{x}-2x)(m+1)$$

5) h هي الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=[f(x)]^{2}$

أ) احسب $h'(x)$ بدلالة كل من $f'(x)$ و $f(x)$ ثمّ استنتج إشارة $h'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h.

بالتوفيق

العلامة		الحل	رقم التمرين
8 ن	1.5 0.5	1) أ) $e^x+\frac{e}{e^x}=1+e$ تعني $e^{2x}+e=e^x+e^{x+1}$ $e^{2x}+e^x(e+1)+e=0$ $\begin{cases} X^2-(e+1)X+e=0 \\ X=e^x \end{cases}$ $\Delta=(e-1)^2$ و منه $\begin{cases} X=1 \text{ او } X=e \\ X=e^x \end{cases}$ إذن $S=\{\mathbf{0;1}\}$ ب) $e^{3x+1}+4e^{2x+1}-5e^{x+1}=0$ تعني $e^{2x}\ (e^{2x}+4e^x-5)=0$ $\begin{cases} X^2+4X-5=0 \\ X=e^x \end{cases}$ و منه $\begin{cases} X=1 \text{ او } X=-5 \\ X=e^x \end{cases}$ إذن $S_1=\{\mathbf{0}\}$	التمرين 1

	1.5 1.5 1.5 1.5	2) أ) (E_1) : $S_1=\{-2; 3\}$ ب) استنتج حلول المعادلات. • (E_2) : $(\ln x)^2 - \ln x - 6$ تعني أي $X^2 - X - 6 = 0$ $X = \ln x$ $\begin{cases} X = -2 \text{ او } X = 3 \\ X = \ln x \end{cases}$ $S_2=\{e^{-2} ; e^3\}$ • (E_3) تكافئ $x^2-x-5=1$ $S_3=\{-2; 3\}$ • (E_4) $\ln(x) + \ln(x-1) = \ln 6$ تكافئ $\begin{cases} \ln x (x-1) = \ln 6 \\ x > 1 \end{cases}$ $S_4=\{3\}$	
12 ن	2	I) 1) دراسة تغيرات الدالة g ، ثم تشكيل جدول تغيراتها • النهايات $\lim_{x\to-\infty} g(x) = -4$; $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ • المشتق $g'(x)= (2-2x)\, e^x$ • جدول التغيرات	**التمرين 2**

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$g'(x)$		+		+	0	-		-	
$g(x)$	-4	↗	0	↗	$2e-4$	↘	0	↘	$-\infty$

0.5 — 2) $g(x)=0$ تقبل حل وحيد (مبرهنة القيم المتوسطة)

3) إشارة $g(x)$

0.5

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		-	0	+	0	-	

II - f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{2x-2}{e^{x}-2x}$

1
- النهايات $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$; $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-1$

1 — و منه المنحنى يقبل مستقيمين مقاربين هما $y=0$; $y=-1$

- المشتق $f'(x)=\frac{g(x)}{(e^{x}-2x)^{2}}$

0.5 — ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$
- جدول التغيرات

0.5

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	-1	↘	-2	↗	$f(\alpha)$	↘	0

0.5

1

ج) $f(1)=0$ إشارة $f(x)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	

0.5

3)أ) $g(\alpha)=0$

ومنه $e^{\alpha}=\frac{4}{4-2\alpha}$ و منه $f(\alpha)=\frac{1}{\alpha-1}-1$

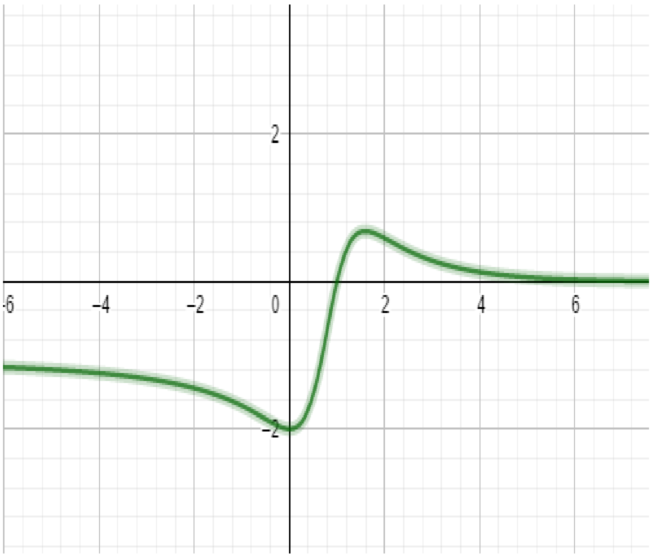
0.5

3)ب) حصر العدد $f(\alpha)$

$0.66< f(\alpha) < 0.69$

ج) الرسم

1.75



4)المناقشة البيانية $f(x)= m+1$

1

- $m+1< -2$ اي $m< -3$ لا توجد حلول
- $m+1= -2$ اي $m= -3$ حل مضاعف معدوم
- $2< m+1 < -1$ اي $-3< m < -2$ حل سالب
- $-1< m+1 < 0$ اي $-2< m < -1$ حل موجب
- $0< m+1 < f(\alpha)$ اي $-1< m < -1+f(\alpha)$ حلين موجبين
- $m+1 = f(\alpha)$ اي $m=-1+f(\alpha)$ حل مضاعف $x=\alpha$
- $m+1 > f(\alpha)$ اي $m> f(\alpha)-1$ لا توجد حلول

5) $h'(x) = 2f(x)\times f'(x)$

0.25

x	$-\infty$		0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		-		+		+		-	
$f(x)$		-		-		+		+	
$h'(x)$		+		-		+		-	
$h(x)$	1	↗	4	↘	0	↗	$f(\alpha$	↘	0

• $h(0)=4$ • $h(1)=0$ النهايات • $\lim_{x\to+\infty} h(x) = 0 \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} h(x) = 1$		