

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (6 نقاط)

- (1) عين باقي القسمة الإقليدية على 12 للعدد 5^n من أجل: $n=0$, $n=1$ و $n=2$.
(2) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k فإن:

$$5^{2k} \equiv 1[12]$$

- استنتج باقي قسمة 5^{2k+1} على 12 .
(3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي k فإن:

$$17^{2020k} \equiv 1[12]$$

- (4) ما هو باقي قسمة 17^{2011} على 12 ؟

- (5) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن العدد A يقبل القسمة على 12 حيث:

$$A = 17^{4n+5} + 85^{2n} + 10$$

التمرين الثاني : (6 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان على N بحديهما العام $u_n = -2n$ و $v_n = 3^{-2n}$ عين في كل حالة من الحالات الخمس في الجدول أدناه الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات الثلاث مع التعليل .

اقتراح 3	اقتراح 2	اقتراح 1	
لا حسابية ولا هندسية	حسابية	هندسية	1 (u_n) هي متتالية
-88	-92	-90	2 الحد الخامس والأربعون للمتتالية (u_n) يساوي
$-n^2 - 1$	$-n^2 - n$	$n^2 + 1$	3 المجموع $u_0 + u_1 + \dots + u_n$ يساوي
-9	9	$\frac{1}{9}$	4 (v_n) هي متتالية هندسية أساسها
ليست رتيبة	متناقصة	متزايدة	5 المتتالية (v_n)

التمرين الثالث : (8 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـ :

$$f(x) = x^3 - 2x^2 - 7x + 14$$

- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.
- أحسب $f'(x)$ ثم أدرس إشارتها .
- استنتج اتجاه تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها
- أحسب المشتقة الثانية وادرس إشارتها
- استنتج أن منحنى الدالة f يقبل نقطة انعطاف .
- تحقق أن : $f(x) = (x^2 - 7)(x - 2)$ ثم حل المعادلة $f(x) = 0$.
- استنتج نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
- عين معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة 0.
- ارسم (C_f) والمماس تعطى $f\left(\frac{2}{3}\right) = 8,74$.

الموضوع الثاني :

التمرين الاول :6 نقاط

(I) (u_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول u_0 حيث : $u_0 + u_3 = 9$

(1) أحسب u_0 ، ثم استنتج أن : $u_n = 2^n$.

(2) أحسب المجموع : $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_8$.

(II) (v_n) متتالية عددية معرفّة على \mathbb{N} بعدها العام $v_n = 1 - 4n$

(1) بيّن أن (v_n) متتالية حسابية ، يطلب تعيين أساسها ، ثم استنتج اتجاه تغيرها .

(2) أحسب المجموع : $S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_8$.

(III) نعتبر المتتالية (w_n) المعرفّة على \mathbb{N} بعدها العام $w_n = 1 + 2^n - 4n$

(1) تحقق أن $w_n = u_n + v_n$.

(2) أحسب المجموع : $S_3 = w_0 + w_1 + \dots + w_8$.

التمرين الثاني : 6 نقاط

نعتبر العددين a و b حيث : $a = 2010$ و $b = 1431$

✓ عيّن باقي القسمة الاقليدية لكل من العددين a و b على 7 .

✓ استنتج باقي قسمة $(a+2b)$ على 7 .

✓ (ج) تحقق أن $a^3 \equiv 1[7]$ و $b^3 \equiv 6[7]$ ، ثم استنتج أن : $a^3 + b^3 \equiv 0[7]$.

✓ أوجد الأعداد الطبيعية n التي تحقق : $n + 2010^3 \equiv 1431[7]$ ثم استنتج قيم n الأصغر من أو يساوي 16 .

التمرين الثالث :8 نقاط

لتكن الدالة f المعرفة على $]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{3x-9}{x-2}$

• بين انه من اجل كل $x \neq 2$ فان $f(x)$ تكتب على الشكل $f(x) = 3 - \frac{3}{x-2}$

• أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

• استنتج المستقيمات المقاربة للدالة f

• أحسب $f'(x)$ ثم استنتج اشارتها واتجاه تغير الدالة f

• أكتب جدول تغيرات الدالة f

• عين نقط تقاطع (C_f) مع المحورين

• أرسم (C_f)