القسم: 3 ر

العام الدراسي: 2013 – 2014 الاختبار الثاني للفصل الثاني المدة: 4 سا

في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (5 ن)

المستوى المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{u},\vec{v})$

الجزء I:

I. نضع A، B، I النقط ذات اللواحق على الترتيب $z_A = 3 + 2i$ ، $z_B = -3$ ، $z_I = 1 - 2i$.

1) أكتبي العدد المركب L حيث $L = \frac{z_I - z_A}{z_I - z_B}$ على الشكل الجبري.

– ما طبيعة المثلث IAB.

2) أحسبي z_C لاحقة النقطة C صورة I بالتحاكي الذي مركزه A ونسبته 2.

3) D مرجح الجملة $\{(A,1), (B,-1), (C,1)\}$

– عين z_D لاحقة النقطة D.

4) بين أن ABCD مربع.

II. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي حيث $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\|$

الجزء II:

E نقطة لاحقتها $3i$.

f هي الدالة التي ترفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z حيث $M \neq E$ النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z' = \frac{3iz-7}{z-3i}$.

1) أ) أنشري $(z - 7i)(z + i)$.

ب) بيني أن للدالة f نقطتين صامدتين F، K يطلب إحداثيتهما.

2) نضع (C) الدائرة ذات القطر [FK]، M تمثل نقطة من (C) حيث $M \neq F$ و $M \neq K$.

M' صورة M بالدالة f.

أ) برري أن اللاحقة z للنقطة M هي: $z = 3i + 4e^{i\theta}$ حيث θ من ℝ

ب) أكتبي z' بدلالة θ استنتجي أن M' تنتمي أيضا إلى (C).

ج) برهني أن $z' = -\bar{z}$

ثم استنتجي الإنشاء الهندسي للنقطة M' ثم أنشئ M'.

د) نضع (σ) الدائرة التي مركزها E ونصف قطرها v $(v > 0)$

حددي صورة (σ) بالتحويل f.

التمرين الثاني: (5ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

(P_m) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ من الفضاء حيث:

$(P_m) : (m^2 + 3)x + 4y + 2mz + m^2 - 7m = 0$ حيث m وسيط حقيقي.

1. بيني أن (P_m) مستوى يطلب تعيين شعاع ناظمي له وليكن $\overrightarrow{N_m}$

2. نسمي (Q) المستوى ذو المعادلة $x + y + 4z + 1 = 0$

و(D) المستقيم ذو التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x = t + 1 \\ y = 3t + 1 \\ z = -4t + 1 \end{cases}$ حيث t من $\mathbb{R}$

عيني شعاع ناظمي $\vec{w}$ للمستوي Q.

وشعاع توجيه $\vec{u}$ للمستقيم (D).

3. أ) عيني (E) مجموعة قيم m بحيث (P_m) عمودي على(Q)

ب) عيني (F) مجموعة قيم m بحيث (P_m) يوازي (D).

ج) عيني (G) مجموعة قيم m بحيث (P_m) يعامد (D).

4. لتكن (S) سطح كرة مركزها O ونصف قطرها 1.

أ) عيني بدلالة m المسافة d_m بين النقطة O والمستوى (P_m).

ب) أحسبي d_2، d_0، d_1 ماذا تستنتجين بالنسبة إلى وضعية (S) بالنسبة للمستويات (P_{-2}) ، (P_0) ، (P_1).

ج) عيني مجموعة قيم m بحيث (P_m) مماسا لـــ (S).

- عيني إحداثيات T نقطة التماس بين (S) و (P_1).

التمرين الثالث: (7ن)

I. n عدد طبيعي غير معدوم، f_n الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f_n(x) = xe^x - nx$

(C_n) تمثيلها البياني في مستوى منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = (1 + x)\, e^x - n$

1) أحسبي الدالة المشتقة للدالة g ثم شكلي جدول تغيرات g كاملا.

2) بيني أن g تنعدم عند قيمة وحيدة α_n وأن α_n موجبة أو معدومة (ناقش حسب قيم n).

3) بيني أن $\alpha_n = \ln(\frac{n}{1+\alpha_n})$ و $0 \le \alpha_n \le \ln n$

4) أ) بيني أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماما لدينا: $\ln x \le x - 1 \ldots(*)$ (يمكن دراسة تغيرات $x \to \ln x - x + 1$)

ب) استنتجي من (*) إشارة $g(\ln\sqrt{n})$.

د) استنتجي من السؤال (1) إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$ ثم بررى أن $\frac{1}{2}\ln n \le \alpha_n$، ما هي نهاية المتتاليتين المعرفتان بعبارة حدهما العام α_n و $\frac{\alpha_n}{n}$.

II. 1) أ) أحسبي الدالة المشتقة للدالة f_n، استنتجي تغيرات f_n.

ب) أحسبي نهايات الدالة fn عند حدود مجموعة تعريفها.

ج) بيني أن $f_n(\alpha_n) = \frac{-n\alpha_n^2}{1+\alpha_n}$

2) بيني أن (C_n) يقبل مقاربا (D_n) عند $-\infty$ يطلب تعيينه.

3) عيني نقاط تقاطع (C_n) مع محور الفواصل ثم حددي وضعية (C_n) بالنسبة إلى محور الفواصل.

4) أدرسي الوضعية النسبية للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}).

5) أ) بيني أن $0{,}35 \le \alpha_2 \le 0{,}40$. استنتجي حصدا للعدد $f_2(\alpha_2)$.

ب) أرسمي (C_1) و (C_2) في نفس المعلم باستعمال النتائج السابقة (نختار وحدة الطول 10cm على المحورين) محددا المماسين عند النقطة 0 للمنحنيين (C_1) و (C_2).

*اختاري تمرين واحد فقط من بين التمرينين الرابع والخامس

التمرين الرابع: (3 ن)

1) أ) برهني أنه من أجل كل عدد طبيعي n، العدد $2^{3n}-1$ مضاعف للعدد 7.

ب) استنتجي أن العدد $2^{3n+1}-2$ و $2^{3n+2}-4$ مضاعفين للعدد 7.

2) عيني بواقي القسمة الإقليدية للعدد 2^n على 7.

3) ليكن P عددا طبيعيا وليكن A_P العدد الطبيعي المعرف بـــ: $A_P = 2^P + 2^{2P} + 2^{3P}$

أ) إذا كان $P = 3n$ عين باقي القسمة الإقليدية للعدد A_P على 7.

ب) برهني أنه إذا كان $P = 3n + 1$ فإن العدد A_P يقبل القسمة على 7.

ج) أدرسي الحالة $P = 3n + 2$.

4) نعتبر العددين الطبيعيين a و b المكتوبين في النظام الثاني: $a = \overline{1001001000}$ و $b = \overline{1000100010000}$

تحققي أن العددين a و b هما من الشكل A_P.

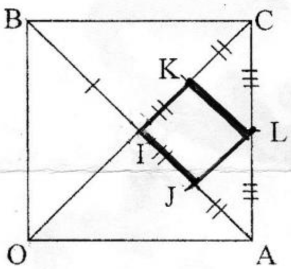
هل العددان a و b يقبلان القسمة على 7.

التمرين الخامس: (3 ن)

المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0, \overrightarrow{0A}, \overrightarrow{0B})$.

نضع $z_A = 1$ و $z_B = i$ لاحقتا على الترتيب A و B.

I مركز المربع OACB، K ،J ،L منتصفات.- لاحظي الشكل -



1) بيني أن IJLK مربع.

2) عيني تشابها مباشرا S يحول O إلى I ويحول B إلى K (العبارة المركبة)

– عيني لاحقة المركز Ω للتشابه S.

3) h تحاك مركزه I ويحول 0 إلى K.

– عيني نسبة هذا التحاكي ثم عبارته المركبة.

4) عيني العبارة المركبة للتحويل Soh مع تعيين عناصره المميزة.