

## الفرض الأول للثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى : 3 نغم رياضياتي

المدة : ساعتين

## التمرين الأول: 08 نقاط.

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$  و ليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  المعطى في الوثيقة المرفقة

$$U_{n+1} = f(U_n): n \text{ من أجل كل عدد طبيعي } U_0 = \frac{5}{4} \quad (1)$$

أ) باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على محور الفواصل الحدود:  $U_0; U_1; U_2; U_3$

ب) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  وتقاربا

(2)

أ) باستعمال البرهان بالتراجع أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n: 1 < U_n < 2$

ب) أثبت أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماماً على  $\mathbb{N}$

ت) استنتج تقاربها ثم أثبت أن:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 2$

3) نعتبر المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $V_n = \ln(U_n - 1)$

أ) برهن أن  $(V_n)$  متتالية هندسية أساسها:  $\frac{1}{2}$

ب) أكتب عبارة الحد العام  $V_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$

ت) أحسب بدلالة  $n$  كلا من  $\mathcal{T}_n$  و  $\mathcal{S}_n$  حيث:  $\mathcal{S}_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$

$$\mathcal{T}_n = (U_0 - 1) \times (U_1 - 1) \times \dots \times (U_n - 1)$$

## التمرين الثاني: 04 نقاط.

لتكن  $(U_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحددها العام:  $U_n = 2(3)^n$  حيث  $n$  عدد طبيعي و  $(V_n)$  متتالية معرفة بحددها الأول:

$$V_{n+1} = 5V_n + U_n: n \text{ من أجل كل عدد طبيعي } V_0 = 4$$

$$(1) \text{ نضع من أجل كل } n \text{ من } \mathbb{N}: W_n = \frac{V_n}{U_n} + \frac{1}{2}$$

- أثبت أن  $(W_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{5}{3}$  يطلب تعيين حدها الأول
- (2) أكتب عبارة الحد العام  $W_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $V_n = 5^{n+1} - 3^n$
- (3) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين  $3^n$  و  $5^n$  على 8
- (4) عين حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $V_n$  على 8

## التمرين الثالث: 08 نقاط.

I. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $A_n = 2^n + 3^n + 4^n + 5^n + 6^n$

- (1) تحقق أن:  $4 \equiv -3[7]$  ثم بين أن:  $A_3 \equiv 6[7]$
- (2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة  $2^n$  و  $3^n$  على 7
- (3) بين أنه إذا كان  $n$  فرديا فإن  $A_n + 1$  يقبل القسمة على 7
- استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_{2011}$  على 7
- (4) ما هو باقي القسمة الإقليدية للعدد  $A_{1432}$  على 7

II. نعتبر العدد الطبيعي  $n$  الذي يكتب في النظام ذي الأساس 7 كما يلي:  $\overline{11\alpha 34}$

(1) عين قيمة  $\alpha$  حتى يكتب  $n$  في النظام ذي الأساس 9 كما يلي  $\overline{3835}$

(2) نضع:  $\alpha = 6$  :

- أكتب  $n$  في النظام ذي الأساس 5
- هل يوجد نظام تعداد  $a$  يكتب فيه  $n$  كما يلي:  $\overline{0203}^a$  ؟